Devoir Mathématiques N^o 4 (1h)

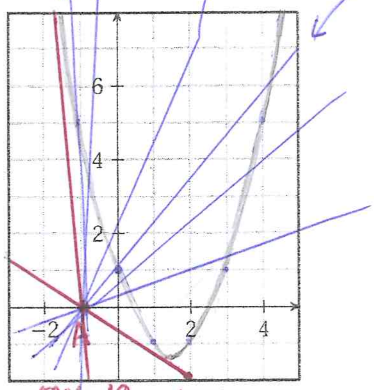
1 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et pour $m \in \mathbb{R}$, on définit la droite D_m passant par le point $A(-1;0)$ de coefficient directeur m.

1. Déterminer l'équation de D_m.
2. Dresser le tableau de variation de f et représenter la courbe C_f représentative de la fonction f sur le graphe ci-joint.
3. On cherche à evaluer le nombre de points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et D_m suivant les valeurs de m.
   a) A l'aide du graphique, faire une conjecture.
   b) Résoudre par le calcul.
   c) Votre conjecture était-elle valide ?

là $m < -10$ (encore plus raide et décroissant)

ici $m > -0,5$

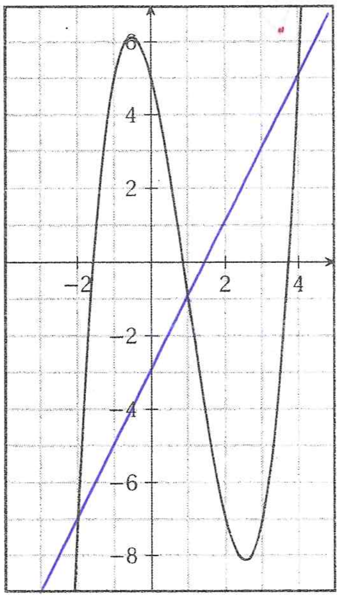


$m \simeq -10$ $m \simeq -0,5$

2 (7 points)

On donne $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 5$ sur $\mathbb{R}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative ci-jointe.

1. Tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 2x - 3$ sur le graphique ci-joint.
2. Soit $P(x) = f(x) - (2x - 3)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
   a) Vérifier que 1 est racine de P puis déterminer $a,b,c \in \mathbb{R}$ tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
   b) Etudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}$.

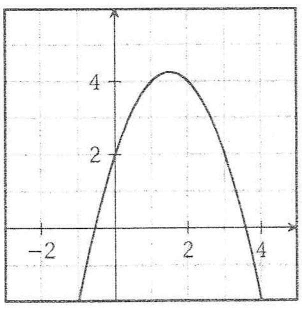


3 (3 points)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^2 + 3x + 2$$

1. A l'aide du taux d'accroissement, montrer que g est dérivable en $a = 1$ et calculer $g'(1)$.
2. Vérifier votre résultat à l'aide du graphique ci-joint (C_g y est représentée). Expliquer.



4 **(3 points)**
On donne $f(x) = |2x-1| - |x+2|$.
On admet que f peut s'écrire de la manière suivante :

$$f(x) = \begin{cases} -x+3 & \text{si } x < -2 \\ -3x-1 & \text{si } x \in [-2; \frac{1}{2}] \\ x-3 & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

1. Représenter le graphe de f sur le graphique ci-dessous.
2. Soit (E) : $|2x-1| - |x+2| = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
   a) Résoudre (E) graphiquement.
   b) Résoudre (E) par le calcul.