Classe de 1ére S3

Liste des erreurs courantes pour le DS N^o 4

Voici une liste des erreurs les plus courantes durant le devoir. Elles étaient largement évitables et une bonne partie d'entre vous en a fait plusieurs. Ce qui fait perdre le plus souvent entre 1 et 4 points!!!
J'attends de vous que désormais vous ne fassiez plus ces erreurs

1. Confondre les symboles $=$ et $\Longleftrightarrow$.
2. Dans l'exercice 1, pour faire le tableau de variation, il faut bien préciser que l'on a un polynôme de degré 2 pour pouvoir appliquer les résultats du cours...
3. Dans l'exercice 2, erreur dans l'identification : plusieurs ont identifié avec f et non avec P !
4. Vérifier vos résultats à la calculatrice. Ca vous évitera un bon nombre d'erreurs. Certains disent qu'ils n'ont pas le temps. Ce n'est pas vrai. Si vous apprenez à vérifier à la calculatrice systematiquement chez vous quand vous faites vos devoirs vous saurez l'utiliser très rapidement.
5. $C_f > \mathscr{D}$ n'a aucun sens. Il faut faire une phrase : « La courbe C_f est au dessus de $\mathscr{D}$ ».
6. Exercice 1,2,3,4 le dessin est là pour vous permettre de vérifier vos calculs. C'est une démarche scientifique que de vérifier vos résultats avec l'observartion.
7. Trop encore ne savent pas tracer une droite correctement. Il suffit de dire par exemple, on a une fonction affine, donc la représentation graphique est une droite et puis prendre 2 points.

DS 4

19 oct 2014

I

① $D_m : y = mx + p$

et $A(-1, 0) \in D_m \implies 0 = m(-1) + p$

$\implies p = m$

donc $\boxed{D_m : y = mx + m}$

② $f(x) = x^2 - 3x + 1$

C_f est une parabole car f est un polynôme de degré 2.

le sommet est $S(\alpha, \beta)$ avec $\alpha = \frac{3}{2}$ et $\beta = f(\alpha)$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{2} + 1$

$= \frac{1}{4}(9 - 2 \cdot 9 + 4)$

$= -\frac{5}{4}$

On déduit le tableau de variations de f

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	$-5/4$	$\nearrow$	$+\infty$

Tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4	-1
$f(x)$	1	-1	-1	1	5	5

③ ⓐ Graphiquement on lit qu'il y a 2 cas limite

pour $m \approx -0{,}5$ ou $m \approx -10$ on a un seul point d'intersect°.

pour $m \in]-10 ; -0{,}5[$, il n'y a pas d'intersect°

sinon pour $m < -10$ ou pour $m > -0{,}5$ il y a deux points d'intersect°.

3b) On cherche le nombre de solutions de

$f(x) = mx + m$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = mx + m$

$\Leftrightarrow x^2 - (3+m)x + 1 - m = 0$

$\Delta_m = (3+m)^2 - 4(1-m)$

$= m^2 + 6m + 9 - 4 + 4m$

$= m^2 + 10m + 5$

Δ_m est un polynôme de degré 2 en m.

On étudie son signe : $\Delta' = 100 - 20 = 80 > 0$

donc Δ_m a deux racines : $m_1 = \frac{-10 + \sqrt{80}}{2} = \frac{-10 + 4\sqrt{5}}{2}$

$= -5 + 2\sqrt{5} \simeq -0,53$

$m_2 = -5 - 2\sqrt{5} \simeq -9,48$

D'où le tableau de signes de Δ_m :

m		m_2		m_1	
Δ_m	$+$	0	$-$	0	$+$

Finalement pour • $m \in]-\infty ; -5-2\sqrt{5}[\cup]-5+2\sqrt{5} ; +\infty[$, on a 2 points d'intersect°

• $m \in \{-5-2\sqrt{5} ; -5+2\sqrt{5}\}$, on a 1 point d'intersect°

• $m \in]-5-2\sqrt{5} ; -5+2\sqrt{5}[$ aucun point d'intersect°

c) Oui c'est cohérent avec la conjecture

II

1) $\mathcal{D} : y = 2x - 3$; tableau de valeurs

x	0	3
$2x-3$	-3	3

($\mathcal{D}$ est une droite)

2) $P(x) = f(x) - (2x-3)$

$= x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

a) On a $P(1) = 1 - 3 - 6 + 8$
$= 0$

donc 1 racine de P

$\Rightarrow$ il existe $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que $P(x) = (x-1)(ax^2+bx+c)$

$\forall x \in \mathbb{R}$, $(x-1)(ax^2+bx+c) = ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c$
$= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$

et donc par identification avec $P(x)$ on a $\begin{cases} a = 1 \\ b-a = -3 \\ c-b = -6 \\ -c = 8 \end{cases}$

Donc $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-8 \end{cases}$ et finalement $\boxed{P(x) = (x-1)(x^2-2x-8)}$

b) La position relative de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ est donnée par le signe de $d(x) = f(x) - (2x-3)$
$= P(x)$
$= (x-1)(x^2-2x-8)$

Cherchons les racines de $x^2 - 2x - 8$

$\Delta = 4 + 32 = 36 > 0$; on a deux racines :
$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4$; $x_2 = \frac{2-6}{2} = -2$

On déduit le tableau de signe de $P(x)$:

x		-2		1		4	
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
x^2-2x-8	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

D'après le tableau : $\mathcal{C}$ au dessus de $\mathcal{D}$ sur $[-2;1] \cup [4;+\infty[$

$\mathcal{C}$ en dessous de $\mathcal{D}$ sur $]-\infty;-2] \cup [1;4]$.

III ① $g(x) = -x^2+3x+2$.

taux d'accroissement en $a=1$:

$$t(h) = \frac{g(1+h)-g(1)}{h} \quad \text{pour } h \neq 0$$

$$= \frac{-(1+h)^2+3(1+h)+2-4}{h}$$

$$= \frac{-1-2h-h^2+3+3h-2}{h}$$

$$= \frac{h-h^2}{h} = 1-h$$

donc $\lim\limits_{h\to 0} t(h) = 1$

Donc g est dérivable en $a=1$ et $g'(1)=1$

② On constate que la tangente au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 1.

Le résultat semble donc correct.

IV ① f est une fonction affine par morceaux.
pour la représenter il suffit de tracer chaque droite et de garder les morceaux utiles.

② ⓐ $(E) \iff f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

graphiquement on a deux solutions : $x = -1$ ou $x = 11$

ⓑ Par le calcul:

Cas 1 : si $x < -2$ $\quad (E) \iff -x + 3 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$\iff \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$

$\iff x = \frac{1}{3}$ à exclure (car $\geqslant -2$)

Cas 2 : si $x \in [-2 ; \frac{1}{2}]$ $\quad (E) \iff -3x + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$\iff \frac{7}{2}x = -\frac{7}{2}$

$\iff x = -1$ acceptée.

Cas 3 : si $x > \frac{1}{2}$ $\quad (E) \iff x - 3 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$\iff \frac{1}{2}x = \frac{11}{2}$

$\iff x = 11$ acceptée (car $> \frac{1}{2}$)

Finalement $\boxed{S = \{-1 ; 11\}}$.

Devoir Mathématiques N^o 4 (1h)

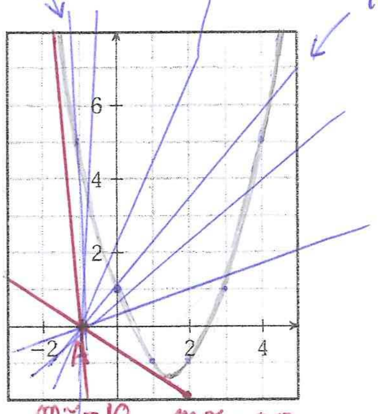
1 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et pour $m \in \mathbb{R}$, on définit la droite D_m passant par le point $A(-1;0)$ de coefficient directeur m.

1. Déterminer l'équation de D_m.
2. Dresser le tableau de variation de f et représenter la courbe C_f représentative de la fonction f sur le graphe ci-joint.
3. On cherche à evaluer le nombre de points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et D_m suivant les valeurs de m.
   a) A l'aide du graphique, faire une conjecture.
   b) Résoudre par le calcul.
   c) Votre conjecture était-elle valide ?

là $m < -10$ (encore plus raide et décroissant)

ici $m > -0,5$

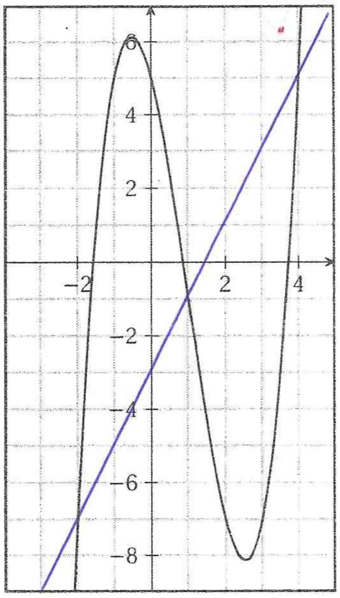


$m \simeq -10$ $m \simeq -0,5$

2 (7 points)

On donne $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 5$ sur $\mathbb{R}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative ci-jointe.

1. Tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 2x - 3$ sur le graphique ci-joint.
2. Soit $P(x) = f(x) - (2x - 3)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
   a) Vérifier que 1 est racine de P puis déterminer $a,b,c \in \mathbb{R}$ tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
   b) Etudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}$.

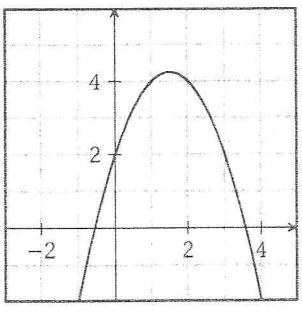


3 (3 points)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^2 + 3x + 2$$

1. A l'aide du taux d'accroissement, montrer que g est dérivable en $a = 1$ et calculer $g'(1)$.
2. Vérifier votre résultat à l'aide du graphique ci-joint (C_g y est représentée). Expliquer.



4 **(3 points)**
On donne $f(x) = |2x - 1| - |x + 2|$.
On admet que f peut s'écrire de la manière suivante :

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < -2 \\ -3x - 1 & \text{si } x \in [-2; \frac{1}{2}] \\ x - 3 & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

1. Représenter le graphe de f sur le graphique ci-dessous.
2. Soit (E) : $|2x - 1| - |x + 2| = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
   a) Résoudre (E) graphiquement.
   b) Résoudre (E) par le calcul.