DS N° 11

I $\begin{cases} u_{n+1} = u_n + 2n+3 \\ u_0 = 2 \end{cases}$

① On a $u_1 = u_0 + 2.0 + 3$
$= 5$

$u_2 = u_1 + 2 + 3 = 10$ et $u_3 = u_2 + 4 + 3 = 17$

② On a $u_2 = u_1 + 5$ et $u_3 = u_2 + 7$ donc (u_n) n'est pas arithmétique.

On a d'autre part, $u_2 = \frac{10}{5} u_1$ et $u_3 = \frac{17}{10} u_2$

On déduit donc que (u_n) n'est pas géométrique.

II ① $u_1 = -12$ et $u_5 = 0$

On a $u_5 = u_1 + 4r$ donc $0 = -12 + 4r$
donc $r = 3$

D'autre part $u_1 = u_0 + r$ donc $-12 = u_0 + 3$ donc $u_0 = -15$

Finalement (u_n) arithmétique de raison $r = 3$ et premier terme $u_0 = -15$

② $S = 10 + 20 + \cdots + 1800$
$= 10(1 + 2 + \cdots + 180)$
$= 10 \cdot \frac{1+180}{2} \times 180$ (Somme des termes d'une suite de raison 1)
$= 10 \cdot 181 \cdot 90$
$= 162900$

③ $u_{n+1} = u_n - 4$ et $u_1 = 3$

Donc (u_n) est une suite arithmétique de raison -4 et 1er terme $u_1 = 3$,
donc par ppté, $u_n = u_1 + (n-1)r$
$= 3 + (n-1)(-4)$
| Finalement, $u_n = 7 - 4n$; $n \in \mathbb{N}^*$

III ① $v_2 = 2$; $v_5 = 54$ et (v_n) géométrique de raison q.

On a donc $v_5 = q v_4$

$= q^2 v_3$

$= q^3 v_2$

Donc $54 = q^3 . 2$ donc $q^3 = 27$ et donc $q = 3$

Pour v_0 : On sait que $v_2 = q v_1$

$= q^2 v_0$

Donc $2 = 3^2 . v_0$ et ainsi $v_0 = \frac{2}{9}$

Finalement (v_n) géométrique de raison $q=3$ et premier terme $v_0 = \frac{2}{9}$.

② $S = 4+8+16+\cdots\cdots+1024$

$= 4(1+2+4+\cdots\cdots+256)$

$= 4(2^0+2^1+2^2+\cdots\cdots+2^8)$ Somme des termes d'une suite géométrique de raison 2.

$= 4 . \frac{2^9-1}{2-1}$ (en vertu de la formule $1+q+q^2+\cdots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$)

$= 4(2^9-1)$

$= 4.511$

$= 2044$

③ $u_{n+1} = \frac{3}{4} u_n$; $n \in \mathbb{N}^*$ et $u_1 = 3$

(u_n) est géométrique de raison $q = \frac{3}{4}$ avec $u_1 = 3$ donc par ppté,

on a

$u_n = u_1 q^{n-1}$

$= 3 . \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$