 10 oct 2011

DS n°2 (1h)

I ① voir figure

② K milieu de [AB] $\Rightarrow x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}$; $y_K = \frac{-7}{2}$ donc $K\left(\frac{3}{2} ; -\frac{7}{2}\right)$

③ voir figure.

④ Soit R le rayon du cercle $\mathcal{C}$ alors $R = AB \times \frac{1}{2}$

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$= 81 + 9 = 90.$ donc $R = \frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{10}.$

D'autre part $KC^2 = (x_C - x_K)^2 + (y_C - y_K)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\sqrt{90} = \frac{3}{2}\sqrt{10} = R$

donc $KC = R$ d'où $C \in \mathcal{C}$.

⑤ de même $KH^2 = \left(6 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(-4 + \frac{7}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{81}{4}\right) \times 2 = \frac{81}{2} \Rightarrow KH = \frac{9\sqrt{2}}{2} \neq R$

donc $H \notin \mathcal{C}$.

⑥ $\left.\begin{array}{l}\mathcal{C} \text{ cercle de diamètre } [AB] \\ C \in \mathcal{C}\end{array}\right\}$ par th $\Rightarrow$ ABC est rectangle en C.

II ① $(2x-3)^2 = (6x+1)^2$

$\Leftrightarrow (2x-3)^2 - (6x+1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow ((2x-3) - (6x+1))((2x-3) + (6x+1)) = 0$

$\Leftrightarrow (-4x-4)(8x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$S = \left\{-1 ; \frac{1}{4}\right\}$

② $(1-2x)(3x+1) = (7x+3)(1-2x)$

$\Leftrightarrow (1-2x)(3x+1) - (7x+3)(1-2x) = 0$

$\Leftrightarrow (1-2x)((3x+1) - (7x+3)) = 0$

$\Leftrightarrow (1-2x)(-4x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

$S = \left\{\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2}\right\}$

③ $(2x+4)^2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (2x+4)^2 = -1$ et ceci est impossible car un carré n'est jamais négatif.

d'où $S = \emptyset$

III ① $D_f = [-15; 1[\cup]1; +\infty[$; $D_g = [-15; +\infty[$

② $f(0) = -3$; $f(-2) = -3$; $f(10) = 1$

③ Les antécédents de -2 par f sont : $-6; -1; 3$

- - - - - - - - - - - - 4 par f sont : $-15; -10$.

8 n'a pas d'antécédent par f.

④ Les solutions de $f(x) = 1$ sur $[-15; 12]$ par lecture graphique sont $S = \{-8; 1C$

⑤ $f(x) \geqslant 7$; $S = \{-13\}$

⑥ $g(x) = f(x)$: $S = \{-15; -9; 3\}$

⑦ $f(x) = 4$: $S = \{-15; -10\}$

⑧ $f(x) \leqslant 0$: $S = [-7; 1[\cup]1; 7]$

⑨ $f(x) < g(x)$: $S =]-9; 1[\cup]1; 3[$.

IV ① $f(x) = \dfrac{7}{4x-2}$

$4x-2=0 \iff x = \frac{1}{2}$ donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$.

② $g(x) = \dfrac{3x-6}{3} \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$.

③ $h(x) = \sqrt{x+1}$; $x+1 \geqslant 0 \iff x \geqslant -1 \Rightarrow D_h = [-1; +\infty[$

V ① $f(1) = 4$; $f(-2) = (-2)^2 - 4(-2) + 7$

$= 4 + 8 + 7 = 19$

② $f(x) = 7$

$\iff x^2 - 4x + 7 = 7$

$\iff x^2 - 4x = 0$

$\iff x(x-4) = 0$

$S = \{0; 4\}$

$f(x) = 3$

$\iff x^2 - 4x + 7 = 3$

$\iff x^2 - 4x + 4 = 0$

$\iff (x-2)^2 = 0$

$S = \{2\}$