

DS 3

I Partie I

① $D_f = [-2; 5]$

② le maximum de f sur D_f est $+12$ atteint en $x=5$
le minimum de f sur D_f est -4 atteint en $x=1$

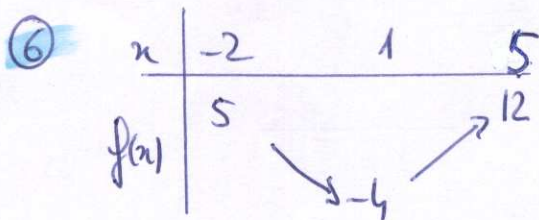
③ a) $f(0) = -3$

b) Les antécédents de -3 sont 0 et 2 c) -5 n'a pas d'antécédent

④ $f(x) = 0$; $S = \{-1; 3\}$

$f(x) = 2$; $S = \{-1, 5; 3, 4\}$

⑤ $f(x) \geq -3$; $S = [-2; 0] \cup [2; 5]$



Partie II ① $f(x) = x^2 - 2x - 3$

d'où $f(-1) = +1 + 2 - 3 = 0$

$f(0) = -3$

$f(\sqrt{2}) = 2 - 2\sqrt{2} - 3 = -1 - 2\sqrt{2}$

② x antécédent de $-4 \Leftrightarrow f(x) = -4$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = -4 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$

x antécédent de $-3 \Leftrightarrow f(x) = -3$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = -3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$

III

① $D = [-2; 4]$

② $f(-1) = 8$; $f(3) = 9$; $f(4) = -1$

③ $-1 < 0 < 3$

$\Rightarrow f(-1) < f(0) < f(3)$ car f croissante sur $[-1; 3]$

$\Rightarrow 8 < f(0) < 9$ est l'encadrement cherché.

④ On a $f(4) = -1$ donc 4 est un antécédent de -1

⑤ D'après le tableau 0 a un unique antécédent (entre 3

⑥a Le maximum de f sur D est 10 atteint en $x = -2$

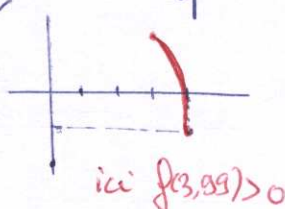
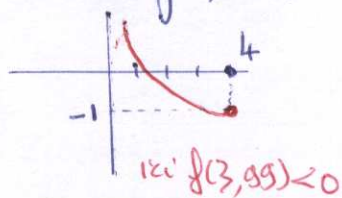
⑥b Le minimum de f sur D est -1 atteint en $x = 4$

⑥c Le minimum de f sur $[-2; 3]$ est 8 atteint en $x = -1$

⑥d Le minimum de f sur $[-1; 4]$ est -1 atteint en $x = 4$

⑦a Sur $[-1; 3]$ f est croissante donc $2 < 3 \Rightarrow f(2) < f(3)$

⑦b $f(3,99) < 0$; on ne peut pas conclure d'où ① vraie.



la fonction peut être positive en 3,99 est décroît très vite pour que $f(4) = -1$!

⑦c $-1 < 0$ et f croissante sur $[-1; 3]$

donc $f(-1) < f(0)$ donc ② est fausse

⑦d $3 < 3,5$ et f décroissante sur $[3; 4]$ donc $f(3) > f(3,5)$

IV ① $x \geq 3$ donc $x > 1$ est vraie, d'où ① vraie

② $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$ est fausse

Contre-exemple: $(-2)^2 = (2)^2$ et pourtant $2 \neq -2$.

③ $x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$ est fausse

Contre-exemple: ~~2~~ $(-\sqrt{5})^2 = 5$ et pourtant $-\sqrt{5} \neq \sqrt{5}$.

$$\textcircled{V} \textcircled{1} (2x-1)(6x+7)=0 \quad S = \left\{ \frac{1}{2}; -\frac{7}{6} \right\}$$

$$\textcircled{2} (3x-1)(2x+1) - (x+2)(3x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-1)((2x+1)-(x+2)) = 0 \quad \Leftrightarrow (3x-1)(x-1) = 0$$

donc $S = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$

$$\textcircled{3} (3x+1)^2 = (2x-3)^2$$

$$\Leftrightarrow 3x+1 = 2x-3 \text{ ou } 3x+1 = -(2x-3)$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \text{ ou } 5x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \text{ ou } x = \frac{2}{5}$$

$$S = \left\{ -4; \frac{2}{5} \right\}$$

$$\textcircled{4} x^2 + 2x = (x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = x^2 + 2x + 1 \quad \Leftrightarrow 0 = 1$$

$$S = \emptyset$$

$$\textcircled{II} f(x) = \frac{x^2 - 2x - 5}{x^2 + 1}$$

① En utilisant Table sur la calculatrice avec les paramètres start = -5, End = 3 et pitch = 1 on obtient.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	1,15	1,11	1	0,6	-1	-5	-3	-1	-92

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & A(-5; 1); \quad f(-5) \neq 1 \Rightarrow A \notin C_f \\ & B(-3; 1); \quad f(-3) = 1 \Rightarrow B \in C_f \\ & C(0; 1); \quad f(0) = -5 \neq 1 \Rightarrow C \notin C_f \\ & D(2; -1); \quad f(2) = -1 \Rightarrow D \in C_f \end{aligned}$$

③ En choisissant Zoom auto, on constate que la fenêtre définie par $x_{\min} = -5,1$, $x_{\max} = 7,5$; $y_{\min} = -5,1$; $y_{\max} = 1,15$ est une fenêtre qui permet de bien visualiser la courbe C_f .

④ Avec la fonction Trace de la calculatrice, il semble que le minimum de f est -5,1 atteint en $x = 0,1$.

⑤ $f(x) = 0$ a deux solutions approchées $x \approx -1,4$ et $x \approx 3,5$.