

DS n°3

Partie A

1-a: Le graphe n'est pas complet car tous les sommets ne sont pas adjacents. (D et C par exemple)

1-b: Chaque couple de sommets est relié par une chaîne donc le graphe est connexe

2-a On dessine le tableau des degrés des sommets:

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Degré	4	5	4	4	2	2	3	4	2

2-b le graphe est connexe et il existe exactement deux sommets de degré impair (B et G). Il existe donc un cycle Eulerien entre B et G.

Le cycle suivant est un cycle Eulerien: B-F-D-E-B-D-A-B-C-A-H-C-G
-H-I-G

3-a. Par lecture du graphe on a

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3-b

Pour calculer M^3 on calcule $M \times M^2$, le calcul du coeff

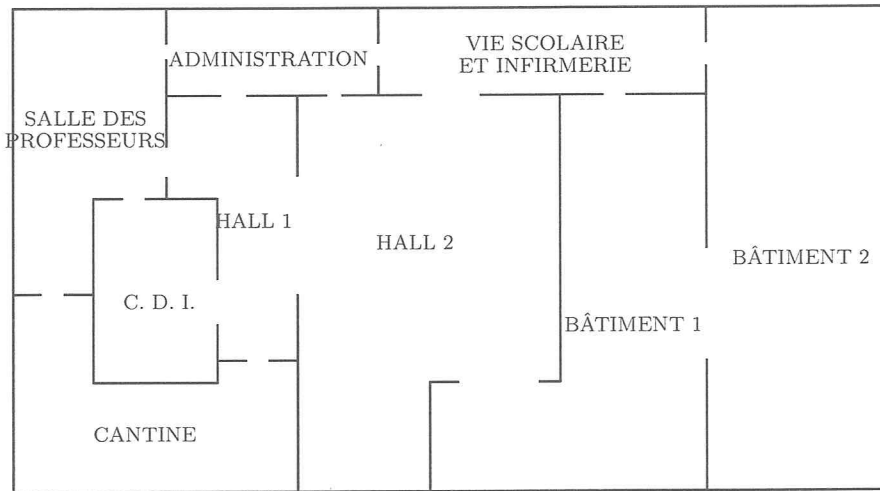
a_{74} est donc :

$$\begin{aligned}
 a_{74} &= 1 \times 1 + 0.3 + 1.2 + 0.4 + 0.1 + 0.1 + 1.0 + 0.1 + 1.0 \\
 &= 1 + 2 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

Partie B : Applications

Dans cette partie, on pourra justifier les réponses en s'aidant de la partie A

On donne ci-dessous le plan simplifié d'un lycée



1. Le graphe \mathcal{G} donné en partie A modélise cette situation.
Compléter le tableau suivant :

Sommet du graphe \mathcal{G}	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Lieu correspondant dans le lycée	Adm	Hall 1	Hall 2	Salle P	CDI	cantine	Bat 1	V.S	Bat 2

2. Un élève a cours de mathématiques dans le bâtiment 1. À la fin du cours, il doit rejoindre la salle des professeurs pour un rendez vous avec ses parents.
Déterminer le nombre de chemins en trois étapes permettant à l'élève de rejoindre ses parents puis indiquer quels sont ces chemins.
3. Le lycée organise une journée portes-ouvertes. Déterminer, en justifiant, s'il est possible de visiter le lycée en empruntant une seule fois chaque passage entre les différents lieux.

B-2. Le nombre de chemins en 3 étapes entre la salle des prof et le bâtiment 1 est le nombre de chemins de longueur 3 entre les sommets G et D.

c'est donc le coeff a_{74} de la matrice M^3

il y a donc 3 chemins de longueur 3:

- G - H - A - D
- G - C - A - D
- G - C - B - D

qui correspondent à

- Bat 1 - V.S - adm - SP
- Bat 1 - Hall 2 - adm - SP
- Bat 1 - Hall 2 - Hall 1 - SP.

B-3. D'après la partie A, c'est possible puisqu'on a un cycle Eulerien
Il faut partir du sommet B (Hall 1) et aller jusqu'au sommet G (Bat 1)