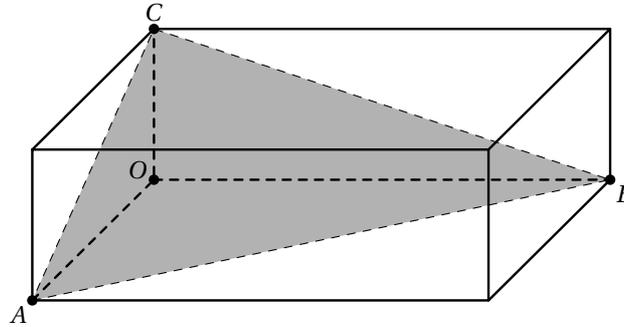


Devoir n° 9 : Espace (1h)

I (17 points) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points : A de coordonnées $(2; 0; 0)$, B de coordonnées $(0; 3; 0)$ et C de coordonnées $(0; 0; 1)$.



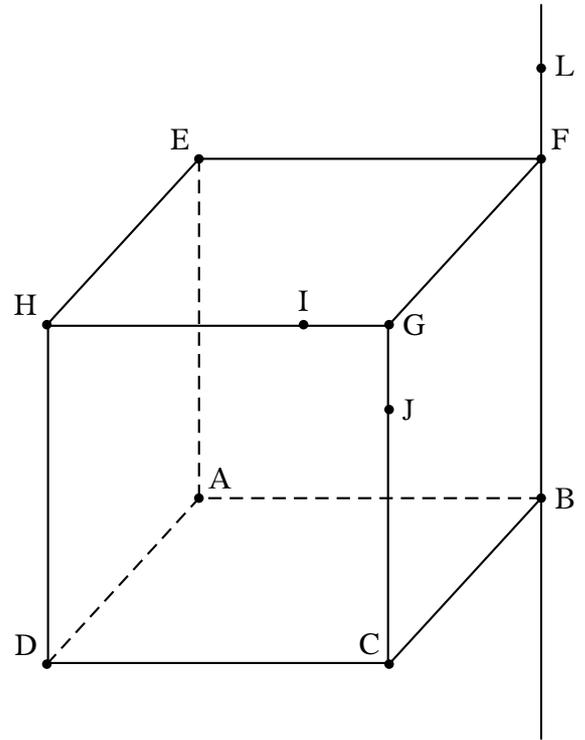
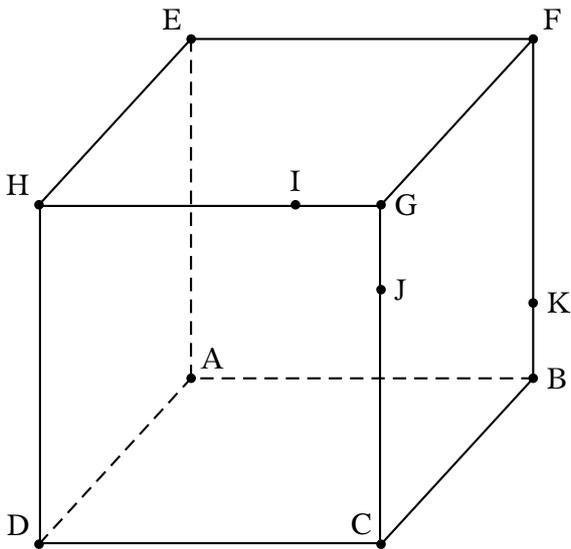
1. a) En utilisant un produit scalaire, donner une valeur arrondie de l'angle \widehat{BAC} au degré.
- b) Le triangle ABC est-il rectangle en C ?

L'objectif de la suite de l'exercice est de calculer l'aire du triangle ABC .

2. a) Montrer que le vecteur $\vec{n} \left(\frac{3}{2} \right)$ est normal au plan (ABC) .
- b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $3x + 2y + 6z - 6 = 0$.
3. On note d la droite passant par O et orthogonale au plan (ABC) .
 - a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .
 - b) Montrer que la droite d coupe le plan (ABC) au point H de coordonnées $\left(\frac{18}{49}; \frac{12}{49}; \frac{36}{49} \right)$.
 - c) Calculer la distance OH .
4. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par : $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{B}h$, où \mathcal{B} est l'aire d'une base et h est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.
En calculant de deux façons différentes le volume de la pyramide $OABC$, déterminer l'aire du triangle ABC .

II (3 points)

1. Sur le cube ci-dessous en première colonne, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJK) où K est un point du segment [BF].
2. Sur le cube ci-dessous en deuxième colonne, tracer, sans justifier, la section du cube par le plan (IJL) où L est un point de la droite (BF).



Joker hors barème

On considère le cube ABCDEFGH représenté ci-contre.

On définit les points I et J respectivement par $\overrightarrow{HI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{HG}$

et $\overrightarrow{JG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CG}$.

Existe-t-il un point P de la droite (BF) tel que la section du cube par le plan (IJP) soit un triangle équilatéral? Justifier votre réponse et donner le cas échéant \overrightarrow{BP} en fonction de \overrightarrow{BF} .

