

DS N°3 : Mini test sur les limites (15 min)

I (6 points)

Déterminer dans chaque cas la limite de f à l'endroit indiqué.

$$\begin{array}{l|l} f_1(x) = -3x^4 + x - 3; & \text{en } -\infty \\ f_2(x) = \frac{3x^4 + 4x}{x^3 - x - 3}; & \text{en } -\infty \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} f_3(x) = \frac{-2x - 1}{x^2 + 6x + 8}; \quad \text{en } -4^+ \\ f_4(x) = \frac{-2x - 10}{x^2 + 3x - 10}; \quad \text{en } -5 \end{array} \right.$$

Correction :

1. On a pour $x \neq 0$: $f_1(x) = x^4(-3 + \frac{1}{x^3} - 3\frac{1}{x^4})$.

Et par somme $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3 + \frac{1}{x^3} - 3\frac{1}{x^4}) = -3$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$.

Donc par produit $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = -\infty$.

2. On a pour $x \neq 0$:

$$\begin{aligned} f_2(x) &= \frac{x^4(3 + \frac{4}{x^3})}{x^3(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3})} \\ &= \frac{x(3 + \frac{4}{x^3})}{(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3})} \end{aligned}$$

Et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 + \frac{4}{x^3}) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$,

donc par produit et quotient, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_2(x) = -\infty$.

3. On a $x^2 + 6x + 8 = (x + 4)(x + 2)$ donc

x	$-\infty$	-4	-2	$+\infty$
$x^2 + 6x + 8$	$+$	0	$-$	0

On a $\lim_{x \rightarrow -4} -2x - 1 = 7$, et d'après le tableau de signe : $\lim_{x \rightarrow -4^+} x^2 + 6x + 8 = 0^-$.

Alors par quotient, $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{-2x - 1}{x^2 + 6x + 8} = -\infty$.

4. On a

$$\begin{aligned} f_4(x) &= \frac{-2x - 10}{x^2 + 3x - 10} \\ &= \frac{-2(x + 5)}{(x + 5)(x - 2)} \\ &= \frac{-2}{x - 2} \end{aligned}$$

Donc $\lim_{x \rightarrow -5} f_4(x) = \frac{2}{7}$

DS N° 3 : Mini test sur les limites (15 min)

I (6 points)Déterminer dans chaque cas la limite de f à l'endroit indiqué.

$$\begin{array}{l|l}
 f_1(x) = -3x^5 - x^2x - 3; & \text{en } -\infty \\
 \\
 f_2(x) = \frac{3x^4 + 4x}{x^5 - x - 3}; & \text{en } -\infty \\
 \hline
 f_3(x) = \frac{-2x - 1}{x^2 - 3x - 10}; & \text{en } -2^+ \\
 \\
 f_4(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{-3x - 15}; & \text{en } -5
 \end{array}$$

Correction :

1. On a pour $x \neq 0$: $f_1(x) = x^5(-3 - \frac{1}{x^2} - 3\frac{1}{x^5})$.

Et par somme $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3 - \frac{1}{x^2} - 3\frac{1}{x^5}) = -3$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$.

Donc par produit $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = +\infty$.

2. On a pour $x \neq 0$:

$$\begin{aligned}
 f_2(x) &= \frac{x^4(3 + \frac{4}{x^3})}{x^5(1 - \frac{1}{x^4} - \frac{3}{x^5})} \\
 &= \frac{1}{x} \frac{(3 + \frac{4}{x^3})}{(1 - \frac{1}{x^4} - \frac{3}{x^5})}
 \end{aligned}$$

Et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 + \frac{4}{x^3}) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{1}{x^4} - \frac{3}{x^5}) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$,
donc par produit et quotient, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_2(x) = 0$.

3. On a $x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$ donc

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$
$x^2 - 3x - 10$		$+$	0	$-$
		0	$+$	0

On a $\lim_{x \rightarrow -2} -2x - 1 = 3$, et d'après le tableau de signe : $\lim_{x \rightarrow -2^+} x^2 - 3x - 10 = 0^-$.

Alors par quotient, $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-2x - 1}{x^2 - 3x - 10} = -\infty$.

4. On a

$$\begin{aligned}
 f_4(x) &= \frac{x^2 + 3x - 10}{-3x - 15} \\
 &= \frac{(x + 5)(x - 2)}{-3(x + 5)} \\
 &= \frac{x - 2}{-3}
 \end{aligned}$$

Donc $\lim_{x \rightarrow -5} f_4(x) = \frac{7}{3}$

DS N°3 : Mini test sur les limites (15 min)

I (6 points)

Déterminer dans chaque cas la limite de f à l'endroit indiqué.

$$\begin{array}{l|l}
 f_1(x) = -3x^5 - x^2x - 3; & \text{en } +\infty \\
 \\
 f_2(x) = \frac{3x^4 + 4x}{x^4 - x}; & \text{en } -\infty \\
 \\
 f_3(x) = \frac{-2x - 1}{x^2 - 7x + 10}; & \text{en } 2^+ \\
 \\
 f_4(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{-3x - 12}; & \text{en } -4
 \end{array}$$

Correction :

1. On a pour $x \neq 0$: $f_1(x) = x^5(-3 - \frac{1}{x^2} - 3\frac{1}{x^5})$.

Et par somme $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3 - \frac{1}{x^2} - 3\frac{1}{x^5}) = -3$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 = +\infty$.

Donc par produit $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = -\infty$.

2. On a pour $x \neq 0$:

$$\begin{aligned}
 f_2(x) &= \frac{x^4(3 + \frac{4}{x^3})}{x^4(1 - \frac{1}{x^3})} \\
 &= \frac{(3 + \frac{4}{x^3})}{(1 - \frac{1}{x^3})}
 \end{aligned}$$

Et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 + \frac{4}{x^3}) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{1}{x^3}) = 1$,

donc par produit et quotient, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_2(x) = 3$.

3. On a $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$ donc

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$	
$x^2 - 7x + 10$	$+$	0	$-$	0	$+$

On a $\lim_{x \rightarrow 2} -2x - 1 = -5$, et d'après le tableau de signe : $\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 7x + 10 = 0^-$.

Alors par quotient, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2x - 1}{x^2 - 7x + 10} = +\infty$.

4. On a

$$\begin{aligned}
 f_4(x) &= \frac{x^2 + 2x - 8}{-3x - 12} \\
 &= \frac{(x + 4)(x - 2)}{-3(x + 4)} \\
 &= \frac{x - 2}{-3}
 \end{aligned}$$

Donc $\lim_{x \rightarrow -4} f_4(x) = 2$

DS N°3 : Mini test sur les limites (15 min)

I (6 points)

Déterminer dans chaque cas la limite de f à l'endroit indiqué.

$$\begin{array}{l|l} f_1(x) = -3x^6 - x^2x - 3; & \text{en } -\infty \\ f_2(x) = \frac{3x^3 + 4x}{x^4 - x}; & \text{en } +\infty \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} f_3(x) = \frac{-2x - 1}{x^2 - 5x + 6}; \quad \text{en } 2^+ \\ f_4(x) = \frac{-5x - 20}{x^2 + 2x - 8}; \quad \text{en } -4 \end{array} \right.$$

Correction :

1. On a pour $x \neq 0$: $f_1(x) = x^6(-3 - \frac{1}{x^3} - 3\frac{1}{x^6})$.

Et par somme $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3 - \frac{1}{x^3} - 3\frac{1}{x^6}) = -3$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^6 = +\infty$.

Donc par produit $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = -\infty$.

2. On a pour $x \neq 0$:

$$\begin{aligned} f_2(x) &= \frac{x^3(3 + \frac{4}{x^2})}{x^4(1 - \frac{1}{x^3})} \\ &= \frac{1(3 + \frac{4}{x^2})}{x(1 - \frac{1}{x^3})} \end{aligned}$$

Et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 + \frac{4}{x^2}) = 3$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \frac{1}{x^3}) = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$,

donc par produit et quotient, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 0$.

3. On a $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$ donc

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$		$+$	$-$	$+$

On a $\lim_{x \rightarrow 2} -2x - 1 = -5$, et d'après le tableau de signe : $\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 5x + 6 = 0^-$.

Alors par quotient, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2x - 1}{x^2 - 5x + 6} = +\infty$.

4. On a

$$\begin{aligned} f_4(x) &= \frac{-5x - 20}{x^2 + 2x - 8} \\ &= \frac{-5(x + 4)}{(x + 4)(x - 2)} \\ &= \frac{-5}{x - 2} \end{aligned}$$

Donc $\lim_{x \rightarrow -4} f_4(x) = \frac{5}{6}$