

Devoir de Mathématiques N° 3 (1 heure)



La calculatrice n'est pas autorisée aujourd'hui

Exercice 1 (2 points)

On considère l'algorithme suivant :

1. Appliquer cet algorithme aux nombres 0, 2, 6. Donner la valeur de y .
2. On appelle f la fonction définie par l'algorithme. Compléter :

$$f(x) = \begin{cases} \dots & \text{si } x \in \dots \\ \dots & \text{si } x \in \dots \\ \dots & \text{si } x \in \dots \end{cases}$$

Algorithme 1 : Fonction définie par morceaux

```

1 Variables
2   |  $x$  est un réel;
3   |  $y$  est un réel
4 début
5   | Lire :  $x$ ;
6   | si  $x > 5$  alors
7   |   |  $y \leftarrow (x - 3)$ ;
8   | sinon
9   |   | si  $x > 0$  alors
10  |   |   |  $y \leftarrow \sqrt{x}$ ;
11  |   |   |  $y \leftarrow y + 2$ ;
12  |   | sinon
13  |   |   |  $y \leftarrow 5$ ;
14  |   | fin
15  | fin
16  | Afficher : « L'image de  $x$  est : »;
17  | Afficher :  $y$ ;
18 fin
```

Exercice 2 (6 points)

Résoudre, en choisissant la méthode appropriée, les inéquations suivantes :

$$(I_1) : \frac{4x - 7}{3x + 2} \leq 4;$$

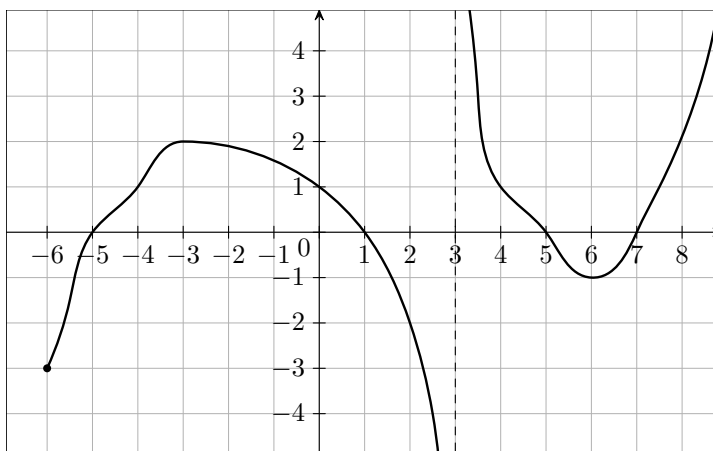
$$(I_2) : \sqrt{x^2 + 1} < -1$$

$$(I_3) : (x^2 + 2x + 3)^2 \leq (2x + 1);$$

$$(I_4) : (x - 1)(x + 1) \leq x^2;$$

Exercice 3 (6 points)

La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-dessous :

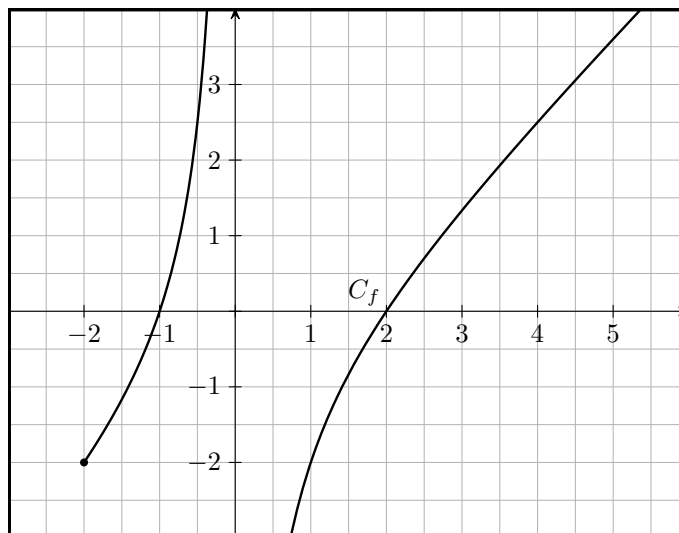


Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la figure.

1. (a) Donner l'ensemble de définition de f .
(b) Déterminer les images de 2 et 6 par f .
(c) Déterminer les antécédents éventuels de -2 par f .
2. (a) Résoudre, en expliquant la démarche, l'équation $(E) : f(x) = 2$.
(b) Résoudre, en expliquant la démarche, l'inéquation $(I) : f(x) \leq 1$.
(c) Dresser le tableau de variation de f .
(d) Quel est le maximum de f sur \mathbb{R}_- ?

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = x - 1 - \frac{2}{x}$. La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les antécédents de 2,5 par f .
2. Soit m un réel. Par une étude graphique, discuter selon les valeurs de m le nombre d'antécédents de m .
3. Démontrer que pour tout x non nul on a

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{x}$$

4. Résoudre par le calcul $f(x) < 0$ (le résultat est-il cohérent ?)