Devoir de maths n°7

IV ① ⓐ B' milieu de [AC] $\Rightarrow$ $B'\left(\frac{x_A+x_C}{2}, \frac{y_A+y_C}{2}\right) \Rightarrow B'\left(1 ; \frac{7}{2}\right)$

ⓑ $x_{B'} \neq x_B \Rightarrow (BB') : y = mx+p$ et $m = \frac{y_B - y_{B'}}{x_B - x_{B'}} = \frac{1-7/2}{3-1} = \frac{-5/2}{2} = -\frac{5}{4}$

donc $(BB') : y = -\frac{5}{4}x + p$

et $B(3,1) \in (BB') \Rightarrow 1 = -\frac{5}{4} \times 3 + p \Rightarrow p = 1 + \frac{15}{4} = \frac{19}{4}$

d'où $(BB') : y = -\frac{5}{4}x + \frac{19}{4}$

② ⓐ A' milieu de [BC] $\Rightarrow A'\left(\frac{x_B+x_C}{2}, \frac{y_B+y_C}{2}\right)$

$\Rightarrow A'\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$

ⓑ $x_A \neq x_{A'} \Rightarrow (AA') : y = mx+p$ avec $m = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}} = \frac{3-5/2}{-2-7/2} = \frac{1/2}{-11/2} = -\frac{1}{11}$

donc $(AA') : y = -\frac{x}{11} + p$

et $A(-2,3) \in (AA') \Rightarrow 3 = \frac{2}{11} + p \Rightarrow p = 3 - \frac{2}{11}$
$= \frac{31}{11}$

donc $(AA') : y = -\frac{x}{11} + \frac{31}{11}$

③ ⓐ $-\frac{5}{4}x_K + \frac{19}{4} = -\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{3} + \frac{19}{4}$

$= \frac{-25+57}{12} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3} = y_K \Rightarrow K \in (AA')$

$-\frac{x_K}{11} + \frac{31}{11} = -\frac{5/3}{11} + \frac{31}{11}$

$= -\frac{5}{33} + \frac{93}{33} = +\frac{88}{33} = +\frac{8}{3} = y_K \Rightarrow K \in (BB')$

ⓑ K est point d'intersect° de deux médianes du triangles ABC $\Rightarrow$ K centre de gravité de ABC.

I On lit graphiquement $d_1 : y = -\frac{2}{5}x + 2$
$d_2 : x = -2$
$d_3 : y = 3$

$d_4 : y = \frac{5}{9}x + p$ et $A(4,3) \in d_4 \Rightarrow 3 = \frac{5 \times 4}{9} + p \Rightarrow p = \frac{27-20}{9} = \frac{7}{9}$

$\Rightarrow d_4 : y = \frac{5}{9}x + \frac{7}{9}$

$d_5 : y = -9x + p$ et $B(2,5) \in d_5 \Rightarrow 5 = -9 \times 2 + p \Rightarrow p = 23 \Rightarrow d_5 : y = -9x + 23$

$d_6 : y = 2x + 3$

(II) $A(-2,2), B(3,1)$

$x_A \neq x_B \Rightarrow (AB): y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-1}{5}$

$\Rightarrow (AB): y = -\frac{1}{5}x + p$ et $A(-2,2) \in (AB) \Rightarrow 2 = -\frac{1}{5}(-2) + p$

$\Rightarrow 2 - \frac{2}{5} = p \Rightarrow p = \frac{8}{5}$

$\Rightarrow (AB): y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$

$x_B = x_C = 3 \Rightarrow (BC): x = 3$

$y_A = y_D = 2 \Rightarrow (AD): y = 2$

$x_B \neq x_D \Rightarrow (BD): y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_B - y_D}{x_B - x_D}$

$= \dfrac{-1}{3-\sqrt{2}} = -\dfrac{3+\sqrt{2}}{7}$

$\Rightarrow (BD): y = -\frac{3+\sqrt{2}}{7}x + p$

et $B(3,1) \in (BD) \Rightarrow 1 = -\frac{3+\sqrt{2}}{7} \times 3 + p \Rightarrow p = 1 + 3\,\frac{3+\sqrt{2}}{7}$

$= \dfrac{7 + 9 + 3\sqrt{2}}{7} = \dfrac{16+3\sqrt{2}}{7}$

$(BD): y = -\frac{3+\sqrt{2}}{11}x + \frac{16+3\sqrt{2}}{7}$

(III) $d: y = 4x - 3$; $A(3,4)$

$d \parallel d' \Rightarrow d$ et d' ont même coefficient directeur $\Rightarrow d': y = 4x + p$

et $A(3,4) \in d' \Rightarrow 4 = 3 \times 4 + p$

$\Rightarrow p = -8$

d'où $d': y = 4x - 8$

(2) $\Delta: 3x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow \Delta: y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

$\Delta \parallel \Delta' \Rightarrow \Delta': y = \frac{3}{4}x + p$ or $B(5,6) \in \Delta'$

$\Rightarrow 6 = \frac{3}{4} \times 5 + p$

$\Rightarrow p = 6 - \frac{15}{4} = \frac{24-15}{4} = \frac{9}{4}$

Donc $\Delta': y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$.