DS4 - 1h

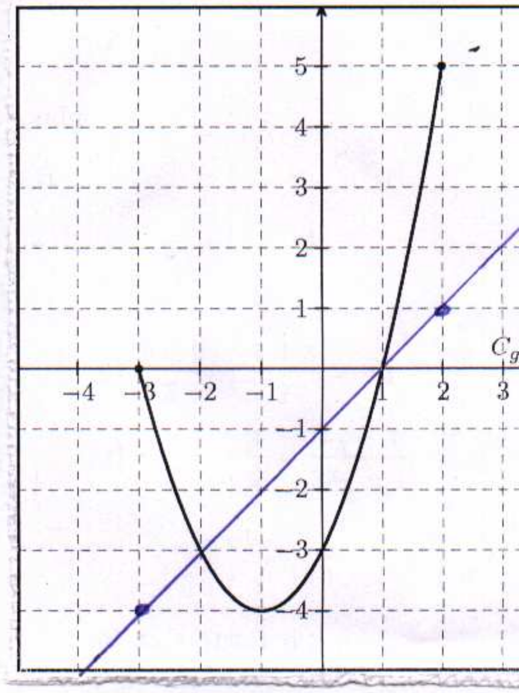
4 nov 2010

I 1) a) $f(x)=-3$; $S=\{-2;0\}$ (lecture graphique).

b) $f(x)<0$; $S=]-3;1[$

c) $f(x)=12$; $S=\emptyset$

d) $f(x)\geqslant 0$; $S=\{-3\}\cup[1;2]$



2a) Tableau de valeurs pour D :

x	-3	2
$y=x-1$	-4	1

d'où la représentat° de D

b) On lit graphiquement que $f(x)=x-1$ a pour solution $S=\{-2;1\}$

3) a) pour $x\in[-3;2]$; $(x+3)(x-1)=x^2+3x-x-3$
$=x^2+2x-3$
$=f(x)$

donc l'égalité est vraie.

b) $f(x)=0 \iff (x+3)(x-1)=0$ (d'après 3a)
$\iff x=-3$ ou $x=1$

donc $S=\{-3;1\}$

c) $f(x)=x-1 \iff (x+3)(x-1)=x-1$ (d'après 3a)
$\iff (x-1)(x+3)-(x-1)=0$
$\iff (x-1)((x+3)-1)=0 \iff (x-1)(x+2)=0$
$\iff x=1$ ou $x=-2$ donc $S=\{1,-2\}$

Rq : c'est conforme au résultat trouvé en (2b)

4) Pour $k<-4$, la droite d'équation $y=k$ et $\mathcal{C}_f$ ne se coupent pas donc $S=\emptyset$
Pour $k=-4$, - - - - - - - - - - - - - - - se coupent une fois donc il y a une s
Pour $k\in[0;-4[$ - - - - - - - - - - - - - - - deux fois - - - - 2 so
Pour $k\in]0,5]$ - - - - - - - - - - - - - - - une fois - - - - 1 sol
Pour $k>5$ - - - - - - - - - - - - - - - ne se coupent pas donc $S=\emptyset$

II 1) $4x^2+4x+1-3(x+2)(2x+1)=0$
$\iff (2x+1)^2-3(x+2)(2x+1)=0$
$\iff (2x+1)((2x+1)-3(x+2))=0$
$\iff (2x+1)(2x+1-3x-6)=0$
$\iff (2x+1)(-x-5)=0$

Donc $2x+1=0$ ou $-x-5=0$
$\iff x=-\frac{1}{2}$ ou $x=-5$

donc $S=\{-\frac{1}{2};-5\}$.

② $\frac{9}{x-2} = x-2$.

Domaine de résolution : $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

donc $\frac{9}{x-2} = x-2 \iff 9 = (x-2)^2$

$\iff (x-2)^2 - 9 = 0$

$\iff (x-2-3)(x-2+3) = 0$ (identité remarquable)

$\iff (x-5)(x+1) = 0$

$\iff \underset{\in D}{x=5}$ ou $\underset{\in D}{x=-1}$. d'où $S = \{5\,;-1\}$

③ $0.x = 5 \iff 0 = 5$

impossible donc $S = \emptyset$

III $A(-2,9)$; $f(-2) = 4+5 = 9 \implies A \in \mathcal{C}_f$

$B(3,13)$; $f(3) = 9+5 = 14 \implies B \notin \mathcal{C}_f$

$C(\sqrt{2},7)$; $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 + 5 = 7 \implies C \in \mathcal{C}_f$

IV ① $f(-1) = 3 \implies A(-1,3) \in \mathcal{C}_f$

② $f(3) = 1 \implies B(3,1) \in \mathcal{C}_f$

③ 2 antécédent de -1 par $f \implies f(2) = -1 \implies C(2,-1) \in \mathcal{C}_f$

④ 5 solut° de $f(x) = 6 \implies f(5) = 6 \implies D(5,6) \in \mathcal{C}_f$

⑤ $f(x) = 0$ admet exactement deux solut° donc $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en exactement deux points.

Représentation possible pour f