DS 16

14 avril 201

(I) Voir feuille.

$f_1(0)=3 \Rightarrow \mathcal{C}_{f_1}$ est C_1 ou C_3

et $f_3(2) = -2+2+3 = 3$ donc $\mathcal{C}_{f_3} = C_3$ et $\mathcal{C}_{f_1} = C_1$

$f_2(2) = 0 \Rightarrow \mathcal{C}_{f_2} = C_5$

$f_4(1) = 0 \Rightarrow \mathcal{C}_{f_4} = C_4$ et donc par déduct° $\mathcal{C}_{f_5} = C_2$

(II) ① $f(x) = x^2 - 2x - 8 \Rightarrow f$ est un polynôme de degré 2.

$g(x) = -3x - 2 \Rightarrow g$ est une fonction affine et sa représentation graphique est une droite.

x	0	-4
$g(x)$	-2	10

② Par lecture graphique, le tableau de variations de f est

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-9	$\nearrow$

③ Le minimum de f est donc -9 atteint en $x=$

④ il s'agit de résoudre $f(x) = -8$

$\iff x^2 - 2x - 8 = -8$

$\iff x^2 - 2x = 0$

$\iff x(x-2) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 2$

donc -8 a pour antécédents 0 et -2.

⑤ pour $x \in \mathbb{R}$, $(x+2)(x-4) = x^2 + 2x - 4x - 8$

$= x^2 - 2x - 8$

$= f(x)$ donc l'égalité est vraie

On déduit $f(x) = 0$

$\iff (x+2)(x-4) = 0$

$\iff x = -2$ ou $x = 4$ donc les antécédents de 0 par f sont -2

⑥ $h(x) = f(x) - g(x)$

$= x^2 - 2x - 8 - (-3x - 2)$

$= x^2 - 2x - 8 + 3x + 2$

$= x^2 + x - 6$

D'autre part, $(x+3)(x-2) = x^2+3x-2x-6$

$= x^2+x-6$

d'où on a bien l'égalité $h(x)=(x+3)(x-2)$.

⑦ Dressons le tableau de signe de $h(x)$

x		-3		$+2$	
$x+3$	$+$	0	$-$	|	$+$
$x-2$	$+$	|	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

La position relative de C_f et C_g est donnée par le signe de h d'où

C_f au dessus de C_g pour $x \in]-\infty,-3[\cup]2,+\infty[$

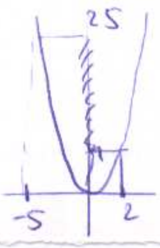
et C_f en-dessous de C_g pour $x \in]-3;2[$

(et cela se vérifie sur le dessin

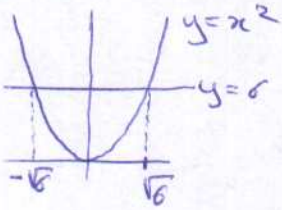
III ⓐ $2 < x < 7 \Rightarrow 4 < x^2 < 49$ car $x \longmapsto x^2$ est croissante sur $\mathbb{R}_+$

ⓑ $-\frac{4}{3} < x < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{16}{9} > x^2 > \frac{1}{4}$ car $x \longmapsto x^2$ est décroissante sur

ⓒ $-5 < x \leq +2$ donc $x \in [0,25]$



IV ① $x^2 > 6$

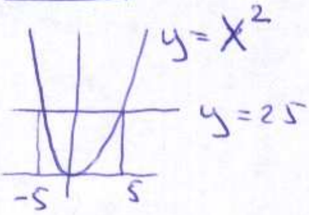


d'où $S =]-\infty ; -\sqrt{6}[\cup]\sqrt{6}, +\infty[$.

② $x^2 < -2$. Un carré ne peut être négatif donc $S = \emptyset$

③ $(x-4)^2 < 25$

Meth 1



donc $X^2 < 25 \iff -5 < X < 5$

d'où $(x-4)^2 < 25 \iff -5 < x-4 < 5$

$\iff -1 < x < 9$

donc $S =]-1 ; 9[$

Meth 2

$(x-4)^2 < 25 \iff (x-4)^2 - 5^2 < 0$

$\iff (x-4-5)(x-4+5) < 0$

$\iff (x-9)(x+1) < 0$

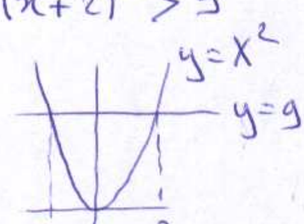
Tableau de signes :

x		-1		$+9$	
$x-9$	$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
Produit	$+$	0	$-$	0	$+$

d'où $S =]-1 ; +9[$

④ Comme dans le cas précédent, il y a deux méthodes.

$(x+2)^2 > 9$



d'où $X^2 > 9 \iff X < -3$ ou $X > 3$

donc $(x+2)^2 > 9 \iff x+2 < -3$ ou $x+2 >$

$\iff x < -5$ ou $x > 1$

donc $S =]-\infty ; -5[\cup]1, +$

V ① DNCP est un rectangle donc $\mathcal{A}_1(x) = DC \times CN = 10x$

② le rayon de $\mathcal{C}$ est $R = \frac{1}{2} IJ = \frac{10-x}{2}$

donc la surface est $\mathcal{A}_2(x) = \pi R^2$

$$= \pi \times \left(\frac{10-x}{2}\right)^2$$

③ A la calculatrice, choisir $\boxed{\text{menu}}$ puis $\boxed{\text{graph}}$ et programmer les 2 fonctions et faire $\boxed{\text{draw}}$

On ajuste alors la fenêtre avec la touche $\boxed{\text{v-windows}}$ ou $\boxed{\text{Zoom}}$

Avec la touche trace on repère l'intersection des deux courbes et on lit

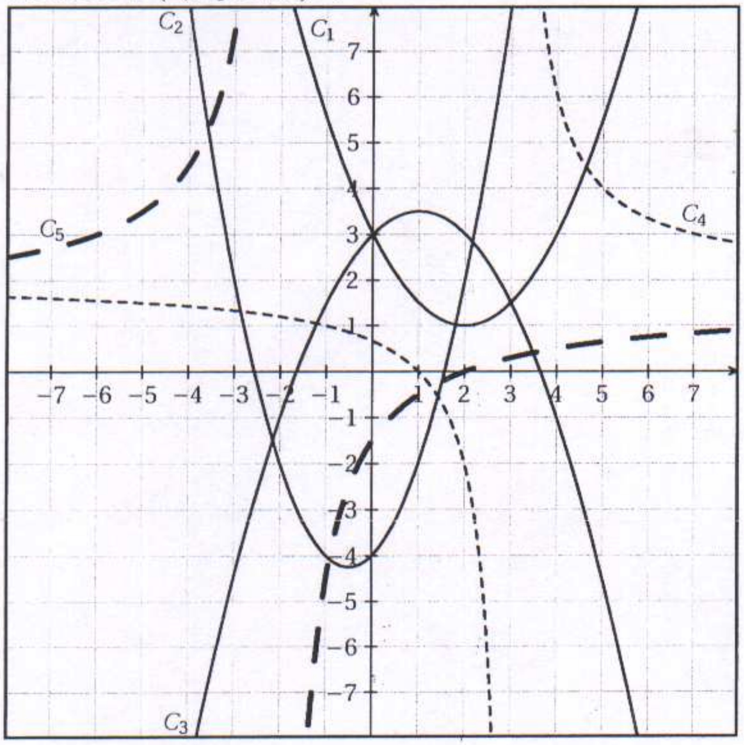
$x \simeq 3,4$ ou $x \simeq 29$ (mais c'est impossible car $0 < x < 10$).

donc $\mathcal{A}_1(x) = \mathcal{A}_2(x)$ pour $x \simeq 3,4$.

Mathématiques N^o 16 (1h)

Exercice 0 : Veuillez écrire votre nom :

Exercice 1 (2,5 points) :



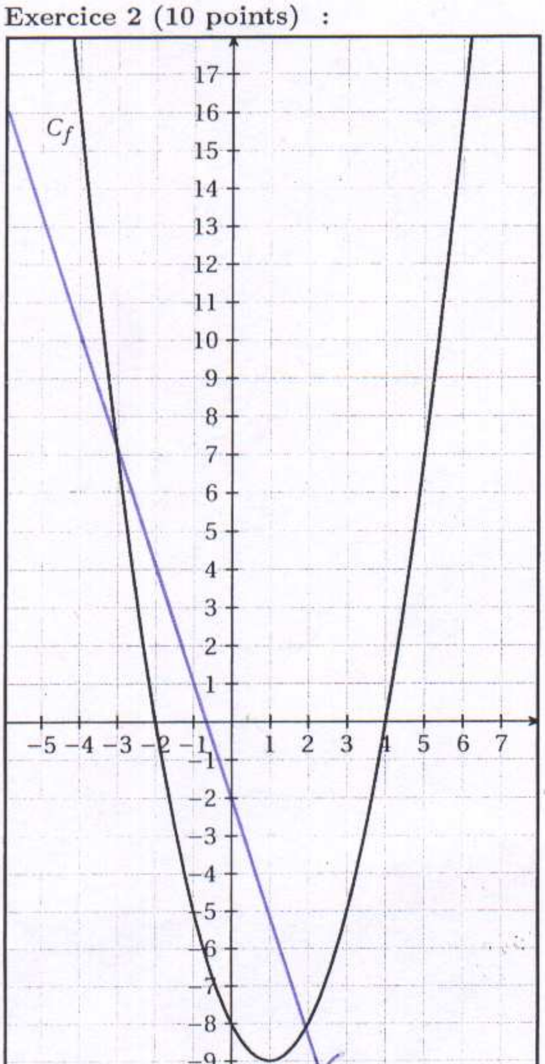
On donne les fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2x + 3$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. $f_2(x) = \dfrac{3x-6}{2x+4}$ pour $x \neq 2$.
3. $f_3(x) = -\dfrac{x^2}{2} + x + 3$ pour $x \in \mathbb{R}$.
4. $f_4(x) = \dfrac{-2x+2}{3-x}$ pour $x \neq 3$.
5. $f_5(x) = x^2 + x - 4$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Compléter les phrase suivantes par C_1,C_2,C_3,C_4,C_5

1. La fonction f_1 a pour courbe représentative ..C_1
2. La fonction f_2 a pour courbe représentative ..C_5
3. La fonction f_3 a pour courbe représentative ..C_3
4. La fonction f_4 a pour courbe représentative ..C_4
5. La fonction f_5 a pour courbe représentative ..C_2

Exercice 2 (10 points) :



On donne f et g définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 8$ et $g(x) = -3x -$

1. Quelle est la nature de f et g ? Représenter $\mathscr{C}_g$.
2. Par lecture graphique, représenter le tableau de variations de f.
3. Déterminer graphiquement le minimum de f.
4. Déterminer les antécédents de -8 par f. (par calcul)
5. Montrer que $f(x) = (x+2)(x-4)$.
   En déduire les antécédents de 0 par f.
6. Soit $h(x) = f(x) - g(x)$.
   Montrer que pour $x \in \mathbb{R}$ on a $h(x) = (x+3)(x-2)$.
7. Déterminer par le calcul la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.