

① voir figure

② K milieu de $[AB] \Rightarrow x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}$; $y_K = -\frac{7}{2}$ donc $K(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2})$

③ voir figure.

④ Soit R le rayon du cercle \mathcal{C} alors $R = AB \times \frac{1}{2}$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$= 81 + 9 = 90.$$

$$\text{donc } R = \frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{10}.$$

$$\text{D'autre part } KC^2 = (x_C - x_K)^2 + (y_C - y_K)^2 = (-\frac{3}{2})^2 + (\frac{9}{2})^2 = \frac{1}{2}\sqrt{90} = \frac{3}{2}\sqrt{10} = R$$

donc $KC = R$ d'où $C \in \mathcal{C}$.

⑤ de même $KH^2 = (6 - \frac{3}{2})^2 + (-4 + \frac{7}{2})^2$

$$= (\frac{9}{2})^2 + (\frac{-1}{2})^2 = (\frac{81}{4}) \times 2 = \frac{81}{2} \Rightarrow KH = \frac{9\sqrt{2}}{2} \neq R$$

donc $H \notin \mathcal{C}$.

⑥ \mathcal{C} cercle de diamètre $[AB]$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{par th} \\ C \in \mathcal{C} \end{array} \right\} \Rightarrow ABC \text{ est rectangle en } C.$

II ① $(2x-3)^2 = (6x+1)^2$

$$\Leftrightarrow (2x-3)^2 - (6x+1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow ((2x-3) - (6x+1))((2x-3) + (6x+1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-4x-4)(8x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$S = \{-1; \frac{1}{4}\}$$

②

$$(1-2x)(3x+1) = (7x+3)(1-2x)$$

$$\Leftrightarrow (1-2x)(3x+1) - (7x+3)(1-2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-2x)((3x+1) - (7x+3)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-2x)(-4x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$S = \{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\}$$

③ $(2x+4)^2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (2x+4)^2 = -1$ et c'est impossible car un carré n'est jamais négatif.

d'où $S = \emptyset$