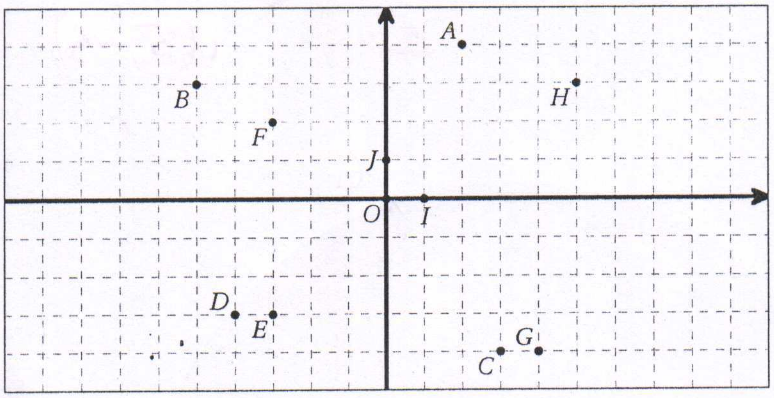
*Classe de seconde 4* *10 janvier 2012*

# Devoir Mathématiques $N^o$ 5 (1 h)

**Exercice 0** : Nom et prénom :

**Exercice 1 (3 points)** :



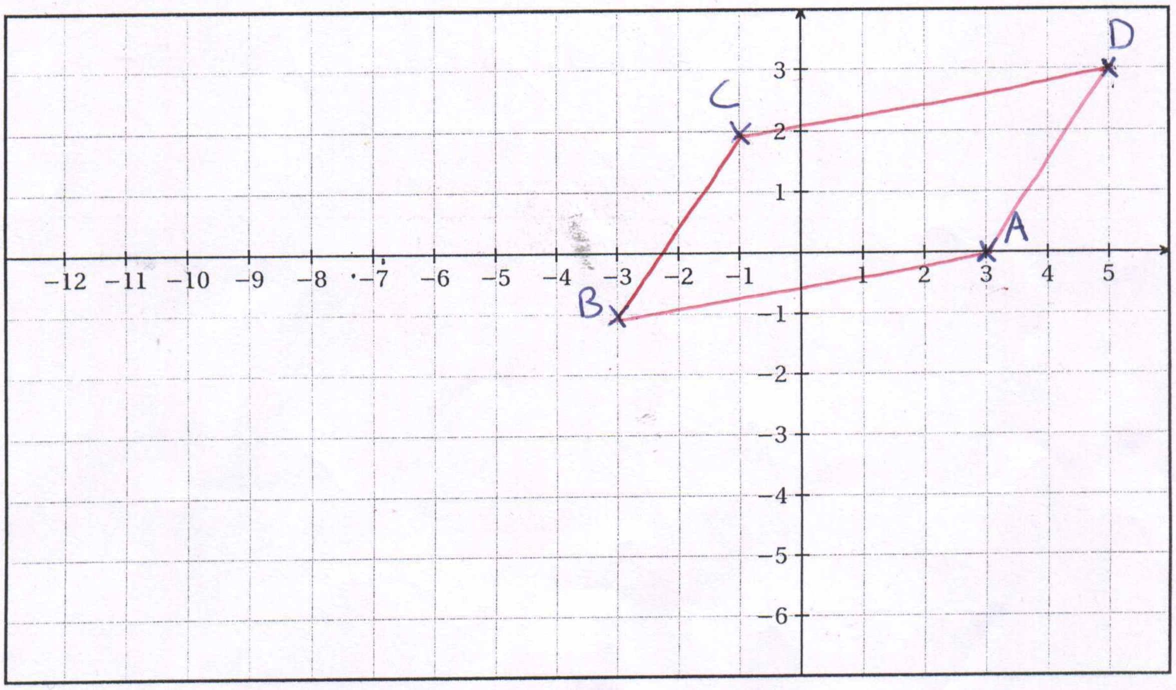

Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des vecteurs suivants (à compléter) :

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-7\\-1\end{pmatrix}$
2. $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$
3. $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$
4. $\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$
5. $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}-5\\-7\end{pmatrix}$
6. $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$
7. $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

**Exercice 2 (7 points)** : Dans un repère $(O; I; J)$, on considère les points suivants :

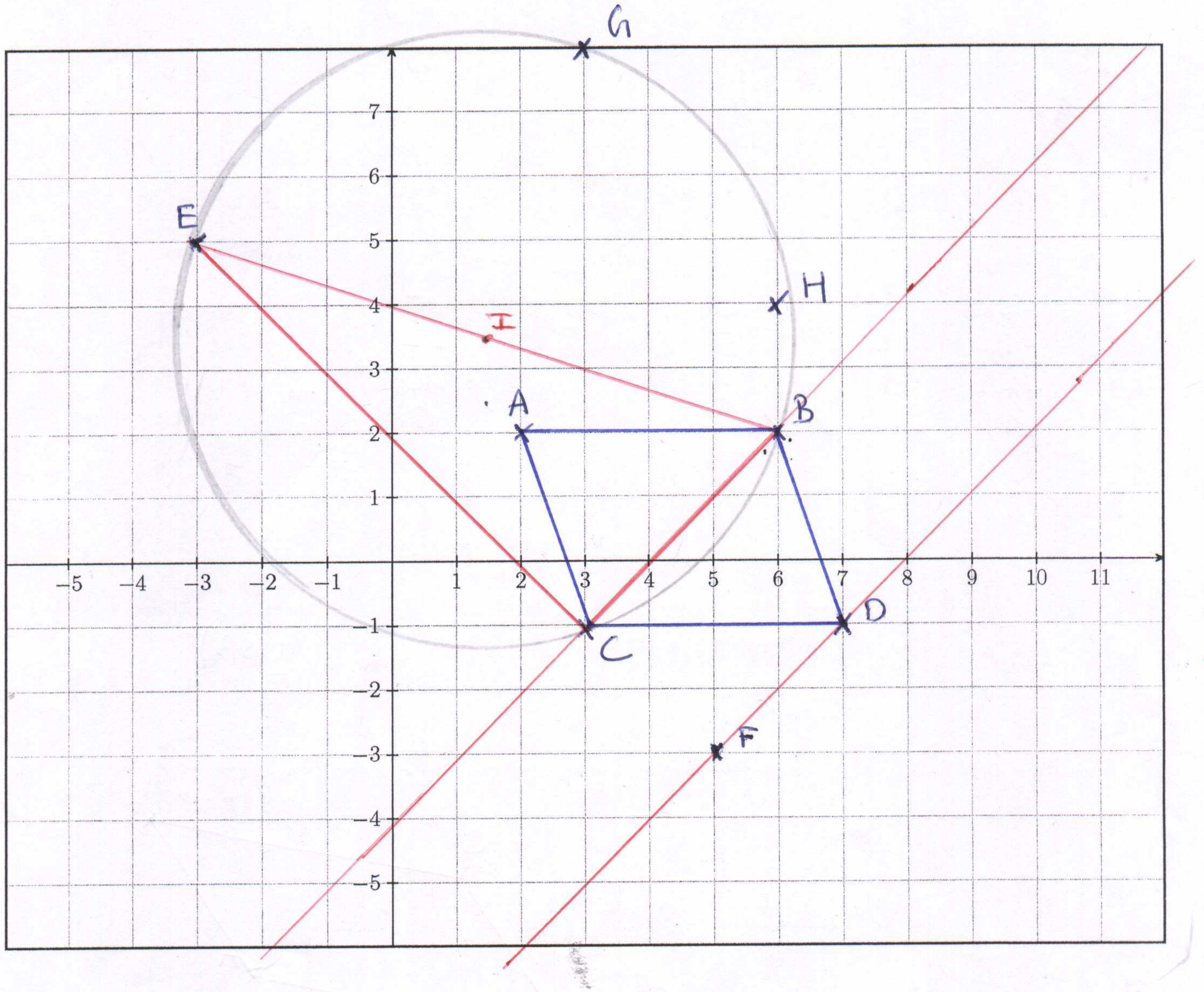
$$A(3;0) \qquad B(-3;-1) \qquad C(-1;2)$$

1. Placer les points dans le repère. On complètera la figure au fur et à mesure des questions.
2. 2 Calculer les coordonnées de $D$ tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. D(5,3)
3. 3 Calculer les coordonnées de $E$ tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{BD}$. E(-15,-11)
4. 2 $B$, $E$ et $D$ sont-ils alignés ?



**Exercice 3 (10 points) :** : Soit $A(2;2)$,$B(6;2)$, $C(3;-1)$. Vous compléterez la figure donnée au cours de l'exercice.

1. Déterminer les coordonnées de $D$ pour que $ABDC$ soit un parallélogramme.
2. Déterminer les coordonnées $E$ symétrique de $D$ par rapport à $A$.
3. a) $BCE$ est-il un triangle rectangle ? Justifier.
   b) Soit $I$ le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit à $BCE$. Déterminer les coordonnées de $I$ ainsi que le rayon $R$ de $\mathscr{C}$.
   c) Le point $G(3;8)$ est-il un point du cercle $\mathscr{C}$ ?
   d) Le point $H(6;4)$ est-il un point du cercle $\mathscr{C}$ ?
4. Soit $F(5;y)$ avec $y \in \mathbb{R}$. Déterminer $F$ pour que $ECF$ alignés.
5. Montrer que les droites $(FD)$ et $(CB)$ sont parallèles.



11 janvier 2012

# DS 5

(II) ② Soit $D(x, y)$

ABCD parallélogramme $\iff \vec{AB} = \vec{DC}$.

or $\vec{AB}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{DC}\begin{pmatrix}-1-x\\2-y\end{pmatrix}$

d'où $\vec{AB} = \vec{DC} \iff \begin{cases}-1-x=-6\\2-y=-1\end{cases} \iff \begin{cases}x=5\\y=3\end{cases}$ donc $D(5, 3)$

③ $\vec{CB}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ ; $\vec{BD}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$

Soit $E(x; y)$ ; $\vec{AE} = \vec{CB} - 2\vec{BD}$ ; $\vec{AE}\begin{pmatrix}x-3\\y\end{pmatrix}$

$\iff \begin{cases}x-3=-2-16\\y=-3-8\end{cases}$

$\iff \begin{cases}x=-15\\y=-11\end{cases}$ donc $E(-15; -11)$

et E ne rentre pas dans le graphique.

④ $\vec{BD}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$ ; $\vec{BE}\begin{pmatrix}-12\\-10\end{pmatrix}$

$Xy' - X'y = 8\times(-10) - 4\times(-12)$
$= -80 + 48 = -32 \neq 0$

donc $\vec{BD}$ et $\vec{BE}$ non colinéaires donc B, D, E non alignés.

III ① $A(2,2)$ ; $B(6,2)$ ; $C(3,-1)$

1 Soit $D(x;y)$ ;

$ABDC$ parallélogramme $\Longleftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x-3\\y+1\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Longleftrightarrow \begin{cases}x-3=4\\y+1=0\end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases}x=7\\y=-1\end{cases}$ donc $D(7,-1)$

② Soit $E(x;y)$ ;

$E$ symétrique de $D$ par rapport à $A \Longleftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{DA}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x-2\\y-2\end{pmatrix}$

donc $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AE} \Longleftrightarrow \begin{cases}x-2=-5\\y-2=3\end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases}x=-3\\y=5\end{cases}$ donc $E(-3;5)$

③ ⓐ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-9\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}-6\\6\end{pmatrix}$

d'où $\left.\begin{array}{l}BC^2=9+9=18\\BE^2=81+9=90\\CE^2=36+36=72\end{array}\right\} \Longrightarrow CE^2+BC^2=72+18=90=BE^2$

d'où par th $BCE$ rectangle en $C$

ⓑ $BCE$ rectangle en $C$ donc le centre du cercle circonscrit à $BCE$ est le milieu $I$ de l'hypothénuse

$x_I = \frac{x_B+x_E}{2} = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2}$ ; $y_I = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$ d'où $I\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$

le rayon vaut $R = \frac{BE}{2} = \frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$

c) $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix} 3-3/2 \\ 8-7/2 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{IG}\begin{pmatrix} 3/2 \\ 9/2 \end{pmatrix}$

d'où $IG^2 = \frac{9}{4} + \frac{81}{4} = \frac{90}{4} \Rightarrow IG = \frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} = R$

d'où $G \in \mathcal{C}$.

d) $\overrightarrow{IH}\begin{pmatrix} 6-3/2 \\ 4-7/2 \end{pmatrix} \longrightarrow \overrightarrow{IH}\begin{pmatrix} 9/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

d'où $IH^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = \frac{41}{2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{82}}{2} \neq R$

donc $H \notin \mathcal{C}$.

4) $F(5;y)$

$\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 8 \\ y-5 \end{pmatrix}$

E, C, F alignés $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{EF}$ colinéaires

$\Leftrightarrow xy' - x'y = 0$

$\Leftrightarrow 6(y-5) - 8\times(-6) = 0$

$\Leftrightarrow 6y - 30 + 48 = 0 \Leftrightarrow 6y = -18$

$\Leftrightarrow y = -\frac{18}{6} = -3$

donc $F(5;-3)$

5) $\overrightarrow{FD}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

on a $\overrightarrow{CB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FD} \Rightarrow \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{FD}$ colinéaires

$\Rightarrow (CB) \parallel (FD)$