DS 12

I f affine $\Rightarrow f(x) = mx + p$ avec $m = \dfrac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)} = \dfrac{4-7}{3} = -1$

alors $f(x) = -x + p$.

de plus $f(1) = 4 \iff 4 = -1 + p \iff p = 5$

d'où $f(x) = -x + 5$.

III ① ⓐ f est un polynôme de degré 2.

ⓑ $f(x) = 0 \iff x^2 - x = 0 \iff x(x-1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1$

Les antécédents de 0 sont 0 ou 1.

ⓒ (i) Le minimum de f semble être $-0{,}2$ atteint en $x = 1/2$

(ii) On a $(x - 1/2)^2 - \dfrac{1}{4} = x^2 - x + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4}$

$= f(x)$

donc on a bien $f(x) = (x - 1/2)^2 - 1/4$.

(iii) $f(x) - (-1/4) = (x - 1/2)^2 - 1/4 + \dfrac{1}{4}$

$= (x - 1/2)^2 \geqslant 0$ car c'est un carré

donc $f(x) \geqslant -\dfrac{1}{4}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

de plus $f(1/2) = -\dfrac{1}{4}$ donc $-\dfrac{1}{4}$ minimum de f atteint en $x = \dfrac{1}{2}$.

ⓓ

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-1/4$	$\nearrow$	$+\infty$

② ⓐ k est une fonction affine.

x	0	-3
$k(x)$	3	0

ⓑ pour tout $x \in \mathbb{R}$

$(x-3)(x+1) = x^2 - 3x + x - 3$

$= x^2 - 2x - 3$

et $f(x) - k(x) = x^2 - x - (x+3)$

$= x^2 - 2x - 3$

ainsi $f(x) - k(x) = (x-3)(x+1)$

ⓒ La position relative de C et C_k est donnée par le signe de

$h(x) = f(x) - k(x) = (x-3)(x+1)$

x		-1		3	
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$h(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

donc sur $]-\infty ; -1[\cup]3, +\infty[$ C est au dessus de C_k

sur $]-1;3[$ C est en dessous de C_k.

ⓓ C et C_k se coupent lorsque $f(x) = k(x) \iff f(x) - k(x) = 0$

$\iff x = -1$ ou $x = 3$ d'après le tableau

Alors C et C_k ont deux points d'intersect° : $A(-1;2)$; $B(3;6)$.

IV ① On vend x articles à 55€ ; la recette est de $R(x) = 55x$.

② R f° linéaire ; $R(10.000) = 550.000$; $R(0) = 0$ d'où le graphe.

③ A l'aide du graphique nous voyons que pour 11.000 articles les couts sont superieurs à la recette et l'entreprise ne fait pas de bénéfice.

Il vaut mieux que l'entreprise fabrique et vende 3400 articles

④ L'entreprise semble bénéficiaire lorsque elle produit entre 1200 et 10.000 articles : $x \in [1200 ; 10000]$.

⑤ ⓐ On a $B(x) = R(x) - C(x)$

$= 55x - (4x^2 + 10x + 50)$

$= -4x^2 + 45x - 50$

ⓑ On a $-(4x-5)(x-10) = -(4x^2 - 5x - 40x + 50)$

$= -4x^2 + 45x - 50$

$= B(x)$