

## Devoir Mathématiques N° 2 (1h)

**0** Nom et prénom : *Master*

**1** 1,5 point

Ecrire à l'aide d'intervalles les ensembles de réels  $x$  vérifiant les inégalités suivantes.

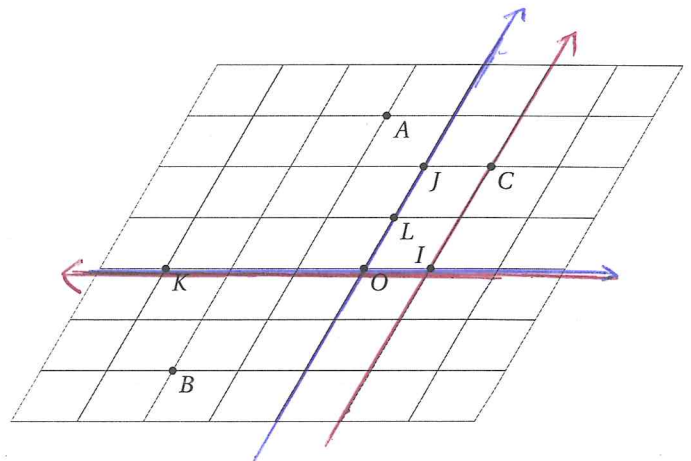
Inégalité	Intervalle
$x < -2;$	$I = ]-\infty; -2[$
$1 < x \leq 3;$	$I = ]1; 3]$
$x \geq -2;$	$I = [-2; +\infty[$
$-6 < x \leq -2$ ou $x \geq 2;$	$I = ]-6; -2] \cup [2; +\infty[$
$-3 \leq x \leq 5$ ou $x > 4;$	$I = [-3; +\infty[$
$-3 < x \leq 5$ et $x < 1;$	$I = ]-3; 1[$

**2** 1,5 point

On considère la figure ci-contre.

- Déterminer les coordonnées de  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère  $(O, I, J)$  : vous complétez :  
On a  $A(-1; \frac{3}{2})$ ;  $B(-2; -1)$ ;  $C(1; 1)$ ;
- Déterminer les coordonnées de  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère  $(I, K, C)$  : vous complétez :  
On a  $A(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ ;  $B(\frac{3}{4}; -1)$ ;  $C(0; 1)$ ;
- Les points  $O, I, K$  forment-ils un repère du plan ? (justifiez)

*O, I, K alignés  $\Rightarrow$  ils ne forment pas un repère du plan.*



**3** 1,5 point

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3}{7x + 2}$$

$$g(x) = \sqrt{x + 7}$$

$$h(x) = 2x^2 + 3 + \sqrt{x}$$

**4** 3 points

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 - 4$ .

- Quelle est l'image de 1 par  $f$  ?
- Quelle est l'image de -2 par  $f$  ?
- Déterminer le ou les antécédents de 8 par  $f$ .
- Déterminer le ou les antécédents de -5 par  $f$ .

**5** 2 points

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $(x + 3)^2 = 4$ .

**6** 1,5 point

On considère l'algorithme ci-dessous :

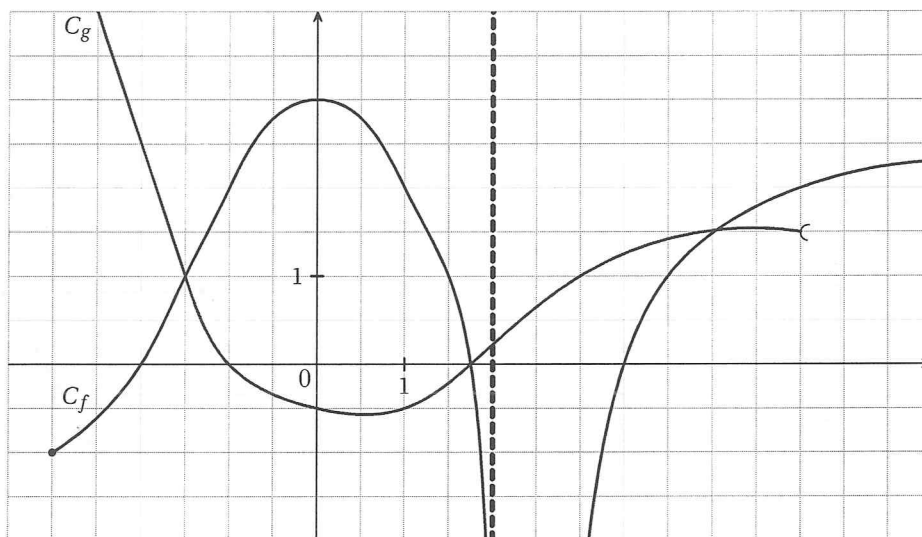
Algorithme 2: Calcul d'image	
1	<b>Variables</b>
2	$x$ est un réel;
3	$y$ est un réel;
4	<b>début</b>
5	<b>Lire</b> : $x$ ;
6	$y \leftarrow x + 3$ ;
7	<b>si</b> $y < 0$ <b>alors</b>
8	$y \leftarrow -y$ ;
9	<b>fin</b>
10	$y \leftarrow y - 2$ ;
11	<b>Afficher</b> : $y$ ;
12	<b>fin</b>

Déterminer la valeur de  $y$  affichée par l'algorithme lorsque l'utilisateur choisit (répondre sur le sujet) :

- a.  $x = 5$  alors  $y = 6$       |      b.  $x = -3$  alors  $y = -2$       |      c.  $x = -5$  alors  $y = 0$

**7** 9 points

Les courbes représentatives  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  de deux fonctions  $f$  et  $g$  sont données ci-dessous :



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la figure.

- Déterminer les ensembles de définition  $\mathcal{D}_f$  et  $\mathcal{D}_g$  de  $f$  et  $g$ .
- Déterminer les images par  $f$  de  $-2$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$  et  $3$ .
- Déterminer les images par  $g$  de  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $3$  et  $-2$ .
- Déterminer les antécédents de  $1$  par  $f$ . Vous justifierez votre réponse par une phrase.
- Déterminer les antécédents de  $1$  par  $g$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 2$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $g(x) \geq 0$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) = g(x)$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq 1$ .

III ①  $f(x) = \frac{3}{7x+2}$  ;

$7x+2=0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{7}$  d'où  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{7}\}$

②  $g(x) = \sqrt{x+7}$

$x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -7$  d'où  $D_g = [-7; +\infty[$

③  $h(x) = 2x^2 + 3 + \sqrt{x}$ .

$x \geq 0$  d'où  $D_h = \mathbb{R}_+$ .

IV ①  $f(x) = 3x^2 - 4$ .

①  $f(1) = 3 - 4 = -1$

②  $f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 4 = 8$

③  $x$  antécédent de 8 par  $f$  si  $f(x) = 8$   
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = 8$   
 $\Leftrightarrow 3x^2 = 12$   
 $\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$  ou  $x = -2$

Les antécédents de 8 sont 2 et -2.

④  $x$  antécédent de -5  $\Leftrightarrow f(x) = -5$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = -5$

$\Leftrightarrow 3x^2 = -1$  et ceci est impossible.

-5 n'a pas d'antécédent par  $f$ .

V ①  $(x+3)^2 = 4 \Leftrightarrow x+3 = 2$  ou  $x+3 = -2$

$\Leftrightarrow x = -1$  ou  $x = -5$ .

$S = \{-1; -5\}$

VII ① On lit graphiquement:

$$D_f = [-3; 2[ \cup ]2; +\infty[ \quad \text{et} \quad D_g = ]-\infty; 5,5[$$

②  $f(-2) = 0$ ;  $f(-1) = 2$ ;  $f(0) = 3$ ;  $f(1) = 2$ ;  $f(3) = -2,5$

③  $g(-1) = 0$ ;  $g(0) = -0,5$ ;  $g(1) = -0,5$ ;  $g(3) = 1$ ;  $g(-2) = -2,5$

④ Les antécédents de 1 par  $f$  sont les abscisses des points de  $f$  ayant pour ordonnée 1.

On lit  $S = \{-1,5; 1,5; 4\}$

⑤ on lit  $S = \{-1,5; 3\}$

⑥  $f(x) \geq 2$   $S = [-1; 1]$

⑦  $g(x) \geq 0$   $S = ]-\infty; -1] \cup [1,75; 5,5[$

⑧  $f(x) = g(x)$   $S = \{-1,5; 1,75; 4,5\}$

⑨  $f(x) \leq 1$   $S = [-3; -1,5] \cup [1,5; 2[ \cup ]2; 4]$

## Devoir Mathématiques N° 2 (1h)

**0** Nom et prénom : *Master*

**1** 1,5 point

Ecrire à l'aide d'intervalles les ensembles de réels  $x$  vérifiant les inégalités suivantes.

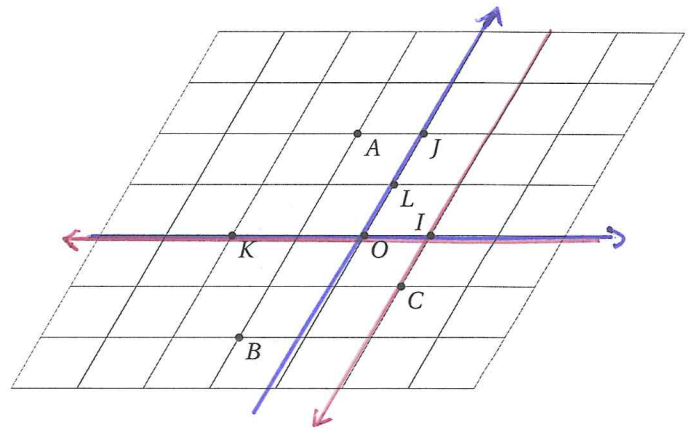
Inégalité	Intervalle
$1 < x \leq 3;$	$I = ]-1; 3]$
$x < 8;$	$I = ]-\infty; 8[$
$x \geq -6;$	$I = [-6; +\infty[$
$-1 \leq x \leq 7$ ou $x > 4;$	$I = [-1; +\infty[$
$-6 < x \leq -2$ ou $x \geq 2;$	$I = ]-6; -2] \cup [2; +\infty[$
$-3 < x \leq 7$ et $x < 0;$	$I = ]-3; 7] \cap ]-\infty; 0[ = ]-3; 0]$

**2** 1,5 point

On considère la figure ci-contre.

- Déterminer les coordonnées de  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère  $(O, I, J)$  : vous complétez :  
On a  $A(-1; 1)$ ;  $B(-1; -1)$ ;  $C(1; -\frac{1}{2})$ ;
- Déterminer les coordonnées de  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère  $(I, K, C)$  : vous complétez :  
On a  $A(\frac{2}{3}; -2)$ ;  $B(\frac{2}{3}; 2)$ ;  $C(0; 1)$ ;
- Les points  $O, I, K$  forment-ils un repère du plan? (justifiez)

*O, I, K alignés donc ils ne forment pas un repère du plan.*



**3** 1,5 point

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3}{3x-2} \quad \Bigg| \quad g(x) = \sqrt{2-3x} \quad \Bigg| \quad h(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$$

**4** 3 points

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^2 + 4$ .

- Quelle est l'image de 3 par  $f$ ?
- Quelle est l'image de -2 par  $f$ ?
- Déterminer le ou les antécédents de 6 par  $f$ .
- Déterminer le ou les antécédents de 2 par  $f$ .

**5** 2 points

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $(x+1)^2 = 4$ .

**6** 1,5 point

On considère l'algorithme ci-dessous :

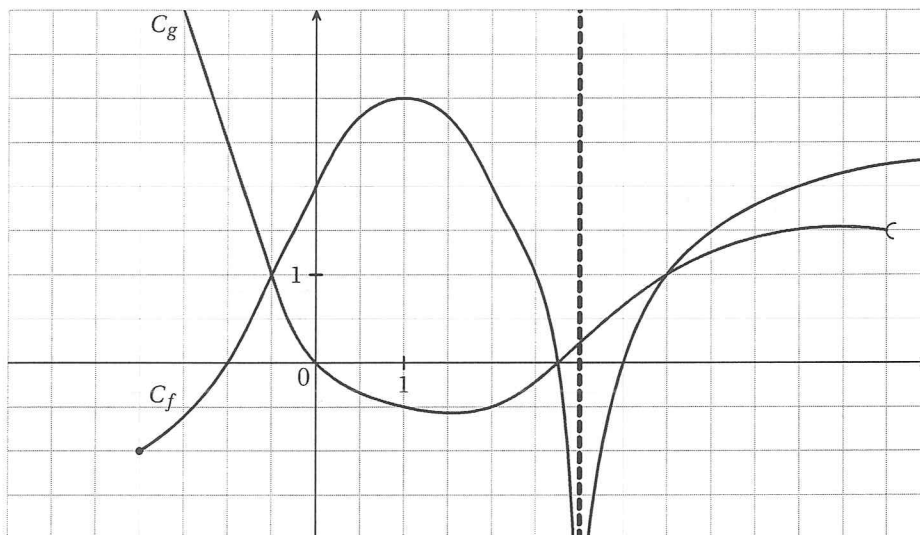
Algorithme 1: Calcul d'image	
1	<b>Variables</b>
2	$x$ est un réel;
3	$y$ est un réel;
4	<b>début</b>
5	<b>Lire</b> : $x$ ;
6	$y \leftarrow x - 3$ ;
7	<b>si</b> $y < 0$ <b>alors</b>
8	$y \leftarrow -y$ ;
9	<b>fin</b>
10	$y \leftarrow y - 2$ ;
11	<b>Afficher</b> : $y$ ;
12	<b>fin</b>

Déterminer la valeur de  $y$  affichée par l'algorithme lorsque l'utilisateur choisit (répondre sur le sujet) :

a.  $x = 5$  alors  $y = 0$       |      b.  $x = 3$  alors  $y = -2$       |      c.  $x = 2$  alors  $y = -1$

**7** 9 points

Les courbes représentatives  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  de deux fonctions  $f$  et  $g$  sont données ci-dessous :



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la figure.

- Déterminer les ensembles de définition  $\mathcal{D}_f$  et  $\mathcal{D}_g$  de  $f$  et  $g$ .
- Déterminer les images par  $f$  de  $-2$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$  et  $2$ .
- Déterminer les images par  $g$  de  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $3$  et  $4$ .
- Déterminer les antécédents de  $1$  par  $f$ . Vous justifierez votre réponse par une phrase.
- Déterminer les antécédents de  $1$  par  $g$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 2$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $g(x) \geq 0$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) = g(x)$ .
- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq 1$ .

III ①  $f(x) = \frac{3}{3x-2}$

$$3x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

②  $g(x) = \sqrt{2-3x}$

$$2-3x \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

donc

$$D_f = ]-\infty; \frac{2}{3}]$$

③  $f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$ ;  $D_h = \mathbb{R}_+$

IV  $f(x) = 2x^2 + 4$

①  $f(3) = 2 \times 3^2 + 4 = 22$

②  $f(-2) = 2 \times (-2)^2 + 4 = 12$

③  $x$  antécédent de 6  $\Leftrightarrow f(x) = 6$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4 = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

Les antécédents de 6 sont 1 et -1

④  $x$  antécédent de 2  $\Leftrightarrow f(x) = 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4 = 2$$

2 n'admet pas d'antécédent  $\Leftrightarrow 2x^2 = -2$  et c'est impossible

V  $(x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x+1 = 2 \text{ ou } x+1 = -2$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3; S = \{1; -3\}$$

VI On lit par lecture graphique

①  $D_f = [-2; +\infty[ \setminus \{3\}$ ;  $D_g = ]-\infty; 6,5[$

②  $f(-2) = -1$ ;  $f(-1) = 0$ ;  $f(0) = 2$ ;  $f(1) = 3$ ;  $f(2) = 2$

③  $g(-1) = 2,5$ ;  $g(0) = 0$ ;  $g(1) = -0,5$ ;  $g(3) = 0,25$ ;  $g(4) = 1$

④ Les antécédents de 1 sont les abscisses des points d'intersection de la droite d'équation  $y=1$  et de la courbe  $f$  on lit  $S = \{-0,5; 2,5; 4\}$

⑤ ~~x~~ antécédent de ~~1~~ par  $g$  si  $x = -0,5$  ou  $x = 4$

⑥  $f(x) \geq 2$ ;  $S = [0; 2]$

⑦  $g(x) \geq 0$ ;  $S = ]-\infty; 0] \cup [2,75; 6,5[$

⑧  $f(x) = g(x)$ ;  $S = \{-0,5; 2,75; 4\}$

⑨  $f(x) \leq 1$ ;  $S = [-2; -0,5] \cup [2,5; 3[ \cup ]3; 4]$