

Devoir Mathématiques N° 4



On attend une rédaction propre et soignée sur une copie double. Les réponses peuvent être en partie données sur le sujet.

0 Nom et prénom :

1 (12 points)

Partie A : Par lecture graphique (complétez ci-dessous). Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 2x - 3$ dont la représentation graphique est ci-contre.

1. Résoudre graphiquement en justifiant à l'aide d'une phrase $f(x) = 3$.

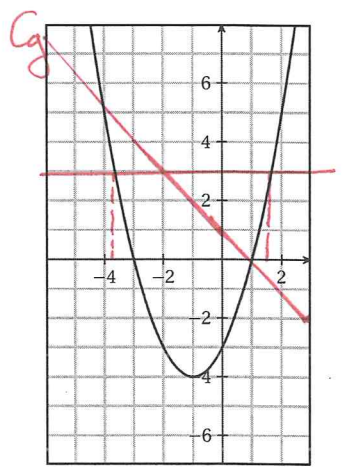
Les solutions de $f(x) = 3$ sont les abscisses des points d'intersection de \mathcal{C}_f et de la droite d'équation $y = 3$.
on lit $S = \{1,5; -3,7\}$

2. Résoudre graphiquement sans justifier $f(x) > 0$.

$S =]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$

Partie B : Vous résoudrez cet exercice uniquement par le calcul.

1. a) Calculer les valeurs exactes de $f(2)$ et de $f(1 + \sqrt{2})$.
- b) Résoudre l'équation $f(x) = -3$.
- c) Montrer que pour tout x de \mathbb{R} , $f(x) = (x - 1)(x + 3)$.
- d) En déduire les antécédents de 0 par f .
2. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -x + 1$. On note \mathcal{D} sa représentation graphique.
- a) Tracer \mathcal{C}_g la courbe représentative de la fonction g .
- b) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.



DS4

Partie B: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

1 a) $f(2) = 4 + 4 - 3 = \underline{5}$

$$\begin{aligned} f(1+\sqrt{2}) &= (1+\sqrt{2})^2 + 2(1+\sqrt{2}) - 3 \\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 + 2 + 2\sqrt{2} - 3 \\ &= \underline{2 + 4\sqrt{2}} \end{aligned}$$

b) $f(x) = -3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = -3$
 $\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$
 $\Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow \underline{x=0 \text{ ou } x=-2}$
(cela correspond bien avec le graphique)

c) $(x-1)(x+3) = x^2 - x + 3x - 3$
 $= x^2 + 2x - 3$
 $= f(x)$

donc on a bien $f(x) = (x-1)(x+3)$.

d) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0$
 $\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-3$

Les antécédents de 0 par f sont 1 et -3.

B2 a g est une fonction affine et sa représentation graphique est une droite.

on a $g(0) = 1$ et $g(3) = 2$ ce qui permet de tracer g .

b $f(x) = g(x)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = -x+1$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) + x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+4) = 0 \quad \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -4 ;$$

Remarque : cela correspond bien avec la lecture graphique de f et g .

$$\underline{S = \{1; -4\}}$$