Devoir Mathématiques N^o 5 (1h)

On attend une redaction propre et soignée sur une copie double. Les réponses peuvent être en partie données sur le sujet.

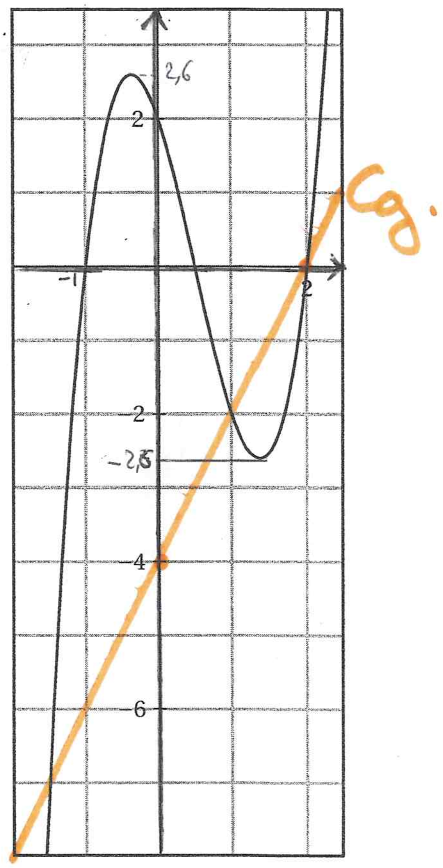
0 Nom et prénom : MASTER.

1 **10 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal ci-joint.

Partie A : Lecture graphique

Répondre sur le sujet en vous aidant du graphique aux questions suivantes (On ne demande aucune de justification) :



1. Résoudre $f(x) = 1$ On lit $S = \{-0,9 ; 0,5 ; 2,1\}$

2. Résoudre $f(x) > 0$ On lit $S =]-1 ; 0,5[\cup]2 ; +\infty[$

3. Dresser le tableau de variations de f

x	$-\infty$		$-0,4$		$1,3$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$2,6$	↘	$-2,6$	↗	$+\infty$

4. Déterminer suivant les valeurs de m le nombre de solution à l'équation $f(x) = m$.

pour $m < -2,6$ on a une solution.
pour $m = -2,6$ on a deux solutions.
pour $m \in]-2,6 ; 2,6[$ on a trois solutions.
pour $m = 2,6$ on a deux solutions.
pour $m > 2,6$ on a une solution.

Partie B : Par le calcul

Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - 4$.

1. Quelle est la nature de g ? On note $\mathscr{C}_g$ sa représentation graphique. Tracez $\mathscr{C}_g$ sur le graphique.
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a

$$f(x) - g(x) = (x-1)(x-2)(2x+3)$$

3. En déduire les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

2 **5 points**

Une étude sur le nombre de personnes par foyer dans un petit hameau a donné les résultats suivants (chaque case corrrespond à un foyer) :

3	3	4	3	4	3	4	1	3	4	2	2	3	2	3
5	3	2	3	2	4	2	2	5	4	4	2	3	2	1
5	1	3	3	4	4	4	6	5	3	3	3	5	2	1
3	2	2	2	4	2	2	3	3	4	4	3	4	4	2
1	5	2	3	2	2	3	3	3	4	2	4	1	4	2

1. Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ?
2. Compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de personnes dans le foyer	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	6	21	23	18	6	1	75
Effectif cumulé	6	27	50	68	74	75	75.

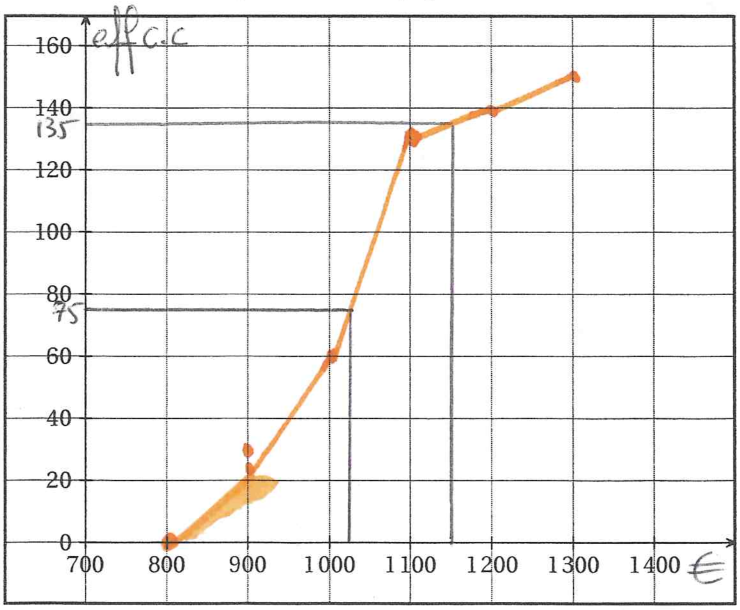
3. Quelle est le pourcentage des foyers de 4 personnes ?
4. Calculer, en expliquant rapidement la moyenne, la médiane, le premier et troisième quartiles.

3 **5 points**

Le tableau suivant donne la répartition des employés d'une entreprise en fonction de leur salaire mensuel net.

Salaires (en €)	[800; 900[	[900 ;1000[	[1000; 1100[	[1100; 1200[	[1200; 1300[
Nombre d'employés	25	35	68	12	10
Centre des classes	850	950	1050	1150	1250
eff cumulés croissants :	25	60	128	140	150

1. Compléter le tableau avec le centre des classes et les effectifs cumulés croissants.
2. Quels sont la population et le caractère de cette série ?
3. Déterminer le salaire moyen dans cette entreprise (arrondi à 10^{-1}).
4. Construire le diagramme des effectifs cumulés croissants ; en déduire graphiquement une valeur approchée de la médiane de cette série. Vous compléterez pour cela le graphique ci-dessous en légendant de manière apropriée.
5. Déterminer graphiquement le pourcentage d'employés gagnant plus de 1150 €.



DS 5

26 nov 2013

I B ① $g(x) = 2x - 4$.

g est une f° affine $\Rightarrow$ $\mathcal{C}_g$ est une droite

x	2	0
$g(x)$	0	-4

② pour $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) - g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 - (2x - 4)$$
$$= 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6.$$

D'autre part : $(x-1)(x-2)(2x+3) = (x^2 - x - 2x + 2)(2x+3)$

$$= (x^2 - 3x + 2)(2x+3)$$
$$= 2x^3 - 6x^2 + 4x + 3x^2 - 9x + 6$$
$$= 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6.$$

On a donc bien $f(x) - g(x) = (x-1)(x-2)(2x+3)$.

③ $M(x;y) \in \mathcal{C}_f \cap \mathcal{C}_g \iff f(x) = g(x)$

$$\iff f(x) - g(x) = 0$$
$$\overset{②}{\iff} (x-1)(x-2)(2x+3) = 0$$
$$\iff x = 1 \text{ ou } x = 2 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}.$$

On a donc trois points d'intersect°.

$A(1, g(1))$; $B(2, g(2))$; $C(-\frac{3}{2} ; g(-3/2))$

c'est-à-dire

$A(1;-2)$; $B(2,0)$; $C(-3/2;-7)$ et on peut le vérifier sur le graphique.

(II) ① La populat° est l'ensemble des foyers d'un hameau.
Le caractère est le nombre de personnes dans le foyer.

② Voir feuille.

③ 18 foyers sur 75 comportent 4 personnes.
le pourcentage est de $\frac{18}{75} \times 100 = 24\,\%$.

④ • La moyenne vaut $\bar{x} = \frac{6\times1 + 21\times2 + \cdots + 1\times6}{75} = 3$ personnes,

• La médiane est la valeur centrale. C'est la $38^{ème}$ valeur.

• Me = 3 personnes.

• le quartile Q_1 est la $19^{ème}$ valeur $\left(\frac{75}{4} = 18{,}75\right)$

donc $Q_1 = 2$ pers.

le quartile Q_3 est la $57^{ème}$ valeur $\left(\frac{75}{4} \times 3 = 56{,}25\right)$

on a $Q_3 = 4$ pers.

(III) ① Voir feuille

② Populat°: Employés.
Caractères: le salaire.

③ On obtient à la calculatrice (avec le centre des classes)

$\bar{x} = 1014{,}60$ €

④ On lit Me = 1025 €

⑤ On lit sur le graphique que 135 employés gagnent moins de 1150€
donc 15 gagne plus de 1150.
en pourcentage on obtient: $\frac{15}{150} \times 100 = 10\,\%$