

Mini-Devoir Mathématiques N° 9 (0,5 h)

Exercice 0 : Nom et prénom : *Master*

Exercice 1 : Résoudre $(4x+3)(-3-2x) > 0$ (I_1)

$$4x+3=0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$$

$$-3-2x=0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Exercice 2 : Résoudre $\frac{(-x+4)^2}{(2x-3)x} \leq 0$ (I_2).

$$-x+4=0 \Leftrightarrow x=4$$

$$2x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$x=0 \Leftrightarrow x=0$$

Exercice 3 : Résoudre $\frac{x-1}{x+2} \leq \frac{x}{x+1}$ (I_3).

$$(I_3) \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} - \frac{x}{x+1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+1) - x(x+2)}{(x+1)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-1 - x^2-2x}{(x+1)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x-1}{(x+1)(x+2)} \leq 0$$

$$-2x-1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$x+1=0 \Leftrightarrow x = -1$$

$$x+2=0 \Leftrightarrow x = -2$$

x	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{4}$	
$4x+3$	-	-	0 +
$-3-2x$	+	0 -	-
$(4x+3)(-3-2x)$	-	0 +	0 -

$$S =]-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}[$$

x	0	$\frac{3}{2}$	4
$(-x+4)^2$	+	+	+ 0 +
$2x-3$	-	-	0 + +
x	-	0 +	+ +
$\frac{(-x+4)^2}{(2x-3)x}$	+	-	+ 0 +

Donc $S =]0; \frac{3}{2}[\cup \{4\}$

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$
$-2x-1$	+	+	+ 0 -
$x+1$	-	-	0 + +
$x+2$	-	0 +	+ +
$\frac{-2x-1}{(x+1)(x+2)}$	+	-	+ 0 -

$$S =]-2; -1[\cup]-\frac{1}{2}; +\infty[$$

Exercice 4 : Résoudre $4x^2 \leq (1-3x)^2$ (I_4)

$$\begin{aligned} (I_4) &\Leftrightarrow 4x^2 - (1-3x)^2 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (2x)^2 - (1-3x)^2 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (2x - (1-3x))(2x + 1 - 3x) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (5x - 1)(-x + 1) \leq 0 \\ 5x - 1 = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \\ -x + 1 = 0 &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Exercice 5 :

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $-x^2 + 4x - 3 = (1-x)(x-3)$.
2. En déduire la résolution de $\frac{-x^2 + 6x - 7}{x-2} \leq 2$.

① pour $x \in \mathbb{R}$, on a $(1-x)(x-3) = x - 3 - x^2 + 3x = -x^2 + 4x - 3$
 ainsi l'égalité est démontrée

$$\begin{aligned} \frac{-x^2 + 6x - 7}{x-2} \leq 2 &\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 6x - 7}{x-2} - 2 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 6x - 7 - 2(x-2)}{x-2} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 4x - 3}{x-2} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(1-x)(x-3)}{x-2} \leq 0 \quad (\text{d'après } \textcircled{1}) \end{aligned}$$

Exercice 6 : Résoudre $(2x-3)(-3-4x)(1+2x)(7-3x)(-2+2x)(-7+2x)(9+3x)(6x-2) = 0$

par la règle du produit nul : (de tête)

$$S = \left\{ \frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{3}, 1, \frac{7}{2}, -3, \frac{1}{3} \right\}$$

x	$\frac{1}{5}$	1			
$5x-1$	-	0	+	+	
$-x+1$	+	+	0	-	
$(5x-1)(-x+1)$	-	0	+	0	-

$$S =]-\infty, \frac{1}{5}] \cup [1, +\infty[$$

x	1	2	3			
$1-x$	+	0	-	-	-	
$x-3$	-	-	-	0	+	
$x-2$	-	-	0	+	+	
$\frac{(1-x)(x-3)}{x-2}$	+	0	-	+	0	-

$$S = [1, 2[\cup [3; +\infty[$$