DS 11 - 30 avril 2014.

I

① On a $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$\Rightarrow P(B) = P(A\cup B) - P(A) + P(A\cap B)$$
$$= 0{,}6 - 0{,}5 + 0{,}3$$
$$= 0{,}4.$$

② A, B incompatibles $\Rightarrow P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

$$= 0{,}34 + 0{,}56 = 0{,}9.$$

③ ⓐ $A \subset A\cup B$

$\Rightarrow P(A) \leq P(A\cup B)$ et donc $P(A\cup B) \geq 0{,}6$.

il est impossible d'avoir $P(A\cup B) = 0{,}3$.

ⓑ A, B incompatibles $\Rightarrow P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

$$= 0{,}6 + 0{,}8 = 1{,}4.$$

et ceci est impossible ! une probabilité est toujours inférieure à 1.

II

①

dé2 \ dé1	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

② On a donc $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$.

③ La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant.

i	1	2	3	4	5	6
p_i	$1/36$	$3/36$	$5/36$	$7/36$	$9/36$	$11/36$
p_i irréductible	$1/36$	$1/12$	$5/36$	$7/36$	$1/4$	$11/36$

Devoir Mathématiques N^o 11 (1h)

1 Soit Ω un univers et A,B deux événements. Les questions suivantes sont indépendantes.

1. $P(A) = 0{,}5$. $P(A \cup B) = 0{,}6$. $P(A \cap B) = 0{,}3$. Calculer $P(B)$.
2. $P(A) = 0{,}34$, $P(B) = 0{,}56$, et A,B incompatibles. Calculer $P(A \cup B)$
3. $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}8$.
   a) Est-il possible que $P(A \cup B) = 0{,}3$?
   b) A,B peuvent-ils être incompatibles ?

2 On lance deux dés cubiques équilibrés numérotés de 1 à 6. On note alors le plus grand des deux numéros sortis.

1. Utiliser un tableau à double entrée pour modéliser la situation.
2. Quel est l'univers Ω de toutes les issues possibles ?
3. Établir la loi de probabilité de l'expérience.

3 Voici les résultats d'un sondage effectué en 1999 auprès de 2 000 personnes, à propos d'Internet :

— 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet,
— 35% des personnes interrogées ont moins de 30 ans et, parmi celles-ci, quatre cinquièmes déclarent être intéressées par Internet,
— 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	intéressées par Internet	non intéressées par internet	**total**
moins de 30 ans	560	140	700
de 30 à 60 ans	150	550	700
plus de 60 ans	90	510	600
total	800	1200	**2 000**

2. On choisit au hasard une personne parmi les 2 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :
   A : « *la personne interrogée a moins de 30 ans* »,
   B : « *la personne interrogée est intéressée par Internet* ».
   a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
   b) Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$ puis calculer $P(\overline{A})$.
   c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$. En déduire $P(A \cup B)$.
3. On sait maintenant que la personne interrogée est intéressée par Internet.
   Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 30 ans ?

4 Une urne contient 60 boules numérotée de 1 à 60. On tire une boule au hasard et on lit le numéro. On considère les événements :

- A :« Le numéro est un multiple de 10 ».
- B :« Le numéro est un multiple de 3 ».
- C :« Le numéro est un multiple de 4 ».

1. Quel est l'univers de cette expérience ?
2. Déterminer la probabilité de A.
3. Déterminer la probabilité de B.
4. Déterminer la probabilité de C.
5. Soit D :« Le numéro est un multiple de 12 ». Déterminer $P(D)$.
6. Soit E :« Le numéro est un multiple de 3 ou de 4 ». Déduire de la question précédente $P(E)$.

5 On joue au jeu de pile ou face avec une pièce parfaitement équilibrée.

1. Quelle est la fréquence théorique d'appartion de la face pile ?
2. Au cours de ces 400 lancers, on a obtenu 235 fois la face pil e. Peut-on considérer que la pièce est équilibrée au seuil de 95%

6 Sur un échantillon de 350 personnes, un candidat aux élections municipales a obtenu 54% des intentions de vote.

1. Déterminer une intervalle de confiance au seuil de 95%. On arrondira à 10^{-3}.
2. Si les élections avaient lieu le jour du sondage, le candidat serait-il certain d'être élu ? (avec un risque de 5% d'erreur).

III ① Voir feuille

② ⓐ On est en situation d'équiprobabilité

donc $P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{700}{2000} = \boxed{\frac{7}{20}}$

$P(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{800}{2000} = \boxed{\frac{2}{5}}$.

ⓑ $\bar{A}$: " la pers intérogée à plus de 30 ans "

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$.

ⓒ $A \cap B$ " la pers interogée a moins de 30 ans et s'intéresse à internet "

$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{\#A \cap B}{\#\Omega} = \frac{560}{2000} = 0{,}295$.

③ 800 personnes sont intéressées par internet et parmi elles

240 ont plus de 30 ans.

La probabilité demandée est $p = \frac{240}{800} = 0{,}2625$.

IV ① l'univers Ω est l'ensemble des 60 boules.

$\boxed{\Omega = \{1, 2, \dots\dots 60\}}$.

② On a $A = \{10, 20, \dots\dots 60\}$

on est en situat° d'équiprobabilité $\Rightarrow \boxed{P(A) = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}}$.

③ $B = \{3, 6, 9; \dots\dots, 57, 60\}$

$P(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$.

④ $C = \{4, 8, \dots\dots\}$ $\Longrightarrow$ $P(C) = \frac{\#C}{\#\Omega} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

⑤ $D = \{12, 24, 36, 48, 60\}$ $\Rightarrow P(D) = \frac{\# D}{\# \Omega} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

⑥ On a $E = B \cup C$

$\Rightarrow P(E) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$ mais $B \cap C$: "multiple de 3 et 4"

$\Rightarrow B \cap C$: "multiple de 12"

donc $B \cap C = D$

ainsi $P(E) = P(B) + P(C) - P(D)$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

$= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

V ① freq théorique d'apparition de pile : $p = 0{,}5$

② On a ici $n = 400$ et $\hat{p} = \frac{235}{400} = 0{,}5875$ est la freq des piles dans l'échantillon.

on a $n \geqslant 25$; $p \in [0{,}2 ; 0{,}8]$

donc l'intervalle de ~~confiance~~ fluctuat° au seuil de 95% est

$I = \left[0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{400}} , 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{400}}\right] = [0{,}45 ; 0{,}55]$

$\hat{p} \notin I$ on peut donc rejeter l'hypothèse disant que la pièce est équilibrée

VI ① ici $n = 350$; $\hat{p} = 0{,}54$ donc $n \geqslant 25$; $\hat{p} \in [0{,}2 ; 0{,}8]$

donc l'intervalle de confiance au seuil de 95% est $I = \left[0{,}54 + \frac{1}{\sqrt{350}} ; 0{,}54 + \frac{1}{\sqrt{350}}\right]$

$\simeq [0{,}486 ; 0{,}593]$

② il pourrait ne pas être élu

faire 49% de suffrage par exemple