Devoir Mathématiques N^o 2 (1h)

0 Nom et prénom : Master

1 **2 points**

Ecrire à l'aide d'intervalles les ensembles de réels x vérifiant les inégalités suivantes.

Inégalité	Intervalle
$1 < x \leq 3$;	$I =]1;3]$
$x < 8$;	$I =]-\infty;8[$
$x \geq -6$;	$I = [6;+\infty[$
$-1 \leq x \leq 7$ ou $x > 4$;	$I = [-1;7] \cup]4,+\infty[= [-1,+\infty[$
$-6 < x \leq -2$ ou $x \geq 2$;	$I =]-6;-2] \cup [2;+\infty[$
$-3 < x \leq 7$ et $x < 0$;	$I =]-3;7] \cap]-\infty;0[=]-3;0]$

2 **4 points**

Resoudre les équations suivantes :

(E_1) : $(x-4)x - 4(x-4) = 0$

(E_2) : $\dfrac{3}{x} = 0$

(E_3) : $x^2 - (x-1)(x+1) = 1$

(E_4) : $(3x-5)^2 = 5$

3 **1,5 point**

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$f(x) = \dfrac{3}{6x-1}$ | $g(x) = \sqrt{4-5x}$ | $h(x) = 3x^2 + \sqrt{2x}$

4 **1,5 point**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3x + 1$.

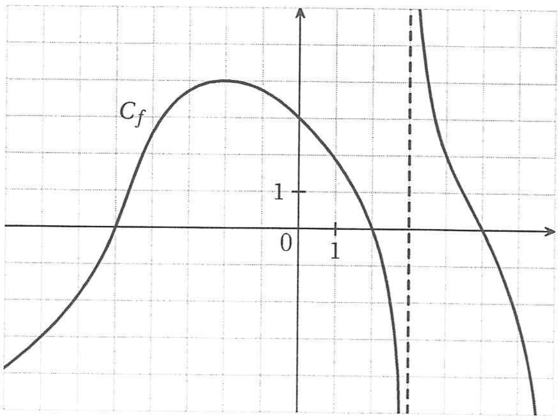
1. Quelle est l'image de 3 par f ?
2. Quelle est l'image de -2 par f ?
3. Quelle est l'image de $\sqrt{2}$ par f ?

5 **3 points**

La figure suivante représente la courbe représentative d'une fonction f.

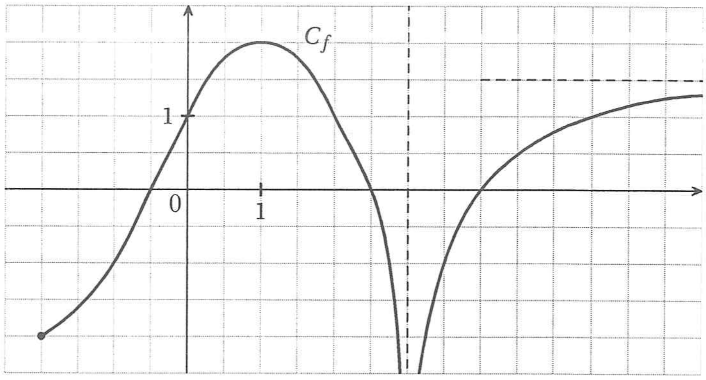
Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Lire les images de 1 ;5 et -2.
3. Quels sont les antécédents de 2.



6 **5 points**

La figure suivante représente la courbe représentative d'une fonction f.



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Que vaut $f(0)$ et $f(1)$?
3. Résoudre $f(x) = -1$ en justifiant par une phrase.
4. Résoudre $f(x) \geq 1$
5. Résoudre $f(x) < 0$.

7 **3 points**

On donne $f(x) = x^2 - 3x + 1$ sur $\mathbb{R}$. Soit C_f la courbe représentative de f.

1. Les points suivants sont-ils des points des points de C_f ?

   M_1 $(0; 1)$

   M_2 $(-1; 3)$

   M_3 $(-3; 19)$
2. Quelles sont les coordonnées du point de C_f qui a pour abscisse 2 ?
3. Quelles sont les coordonnées des points ayant pour ordonnée 1 ?

DS2 - 1h.

II

$(E_1) \iff (x-4)x - 4(x-4) = 0$

$\iff (x-4)(x-4)=0$

$\iff x=4$ $\qquad S=\{4\}$

$(E_2) \iff \frac{3}{x}=0$

$\iff 0.x=3 \iff 0=3$ $\qquad S=\emptyset$

$(E_3) \iff x^2-(x-1)(x+1) = 1$

$\iff x^2-(x^2-1) = 1$

$\iff 1=1$ $\qquad S=\mathbb{R}.$

$(E_4) \iff (3x-5)^2=5$

$\iff 3x-5=\sqrt{5}$ ou $3x-5=-\sqrt{5}$

$\iff x=\frac{1}{3}(5+\sqrt{5})$ ou $x=\frac{5-\sqrt{5}}{3}$

$S=\{\frac{1}{3}(5+\sqrt{5}) ; \frac{1}{3}(5-\sqrt{5})\}$

III $f(x)=\frac{3}{6x-1}$

il faut $6x-1\neq 0$ donc $D_f=\mathbb{R}\setminus\{1/6\}$

$g(x)=\sqrt{4-5x}$

Il faut $4-5x \geqslant 0 \iff x\leq \frac{4}{5}.$ $\qquad D_g=]-\infty ; \frac{4}{5}]$

$h(x)=3x^2+\sqrt{2x}$

Il faut $x\geqslant 0.$ donc $D_h=\mathbb{R}_+$

IV $f(x) = -x^2+3x+1$

1. $f(3) = -(3)^2+3.3+1$
$= 1$

2. $f(-2) = -(-2)^2+3\times(-2)+1$
$= -9$

3. $f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2})^2+3.\sqrt{2}+1$
$= 3\sqrt{2}-1$

⚠ Cela se vérifie facilement avec la calculatrice graphique.

V
1. On lit $D_f = \mathbb{R}\setminus\{3\}$
2. $f(1)=2$; $f(5)=0$; $f(-2)=4$
3. Les antécédents de 2 ; $\{-4;1;4\}$

VI On lit graphiquement :

1. $D_f = [-2;+\infty[\setminus\{3\}$
2. $f(0)=1$; $f(1)=2$
3. Les solutions de $f(x)=-1$ sont les abscisses des points d'intersect° de $\mathcal{C}_f$ et de la droite d'éq $y=-1$
On lit $S=\{a;b;c\}$ avec $a\simeq-1$; $b\simeq 2,7$; $c\simeq 3,5$
4. $f(x)\geqslant 1$ a pour solutions $S=[0;2]\cup[5,5;+\infty[$
5. $f(x)<0$ a pour solutions $S=[-2;0,5[\cup]2,5;3[\cup]3;4]$

VII $f(x)=x^2-3x+1$

1. $M_1(0,1)\in\mathcal{C}_f$? on a $f(0)=1 \Rightarrow M_1\in\mathcal{C}_f$
$M_2(-1;3)\in\mathcal{C}_f$? on a $f(-1)=5 \Rightarrow M_2\notin\mathcal{C}_f$
$M_3(-3,19)\in\mathcal{C}_f$? on a $f(-3)=19 \Rightarrow M_3\in\mathcal{C}_f$

2. $f(2)=4-6+1=-1$
donc $M(2;-1)\in\mathcal{C}_f$ (a pour abscisse 2)

3. $f(x)=1 \Leftrightarrow x^2-3x=0$
$\Leftrightarrow x(x-3)=0$
$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=3$
$M_1(0;1)$ et $M_2(3,1)$ sont les points cherchés