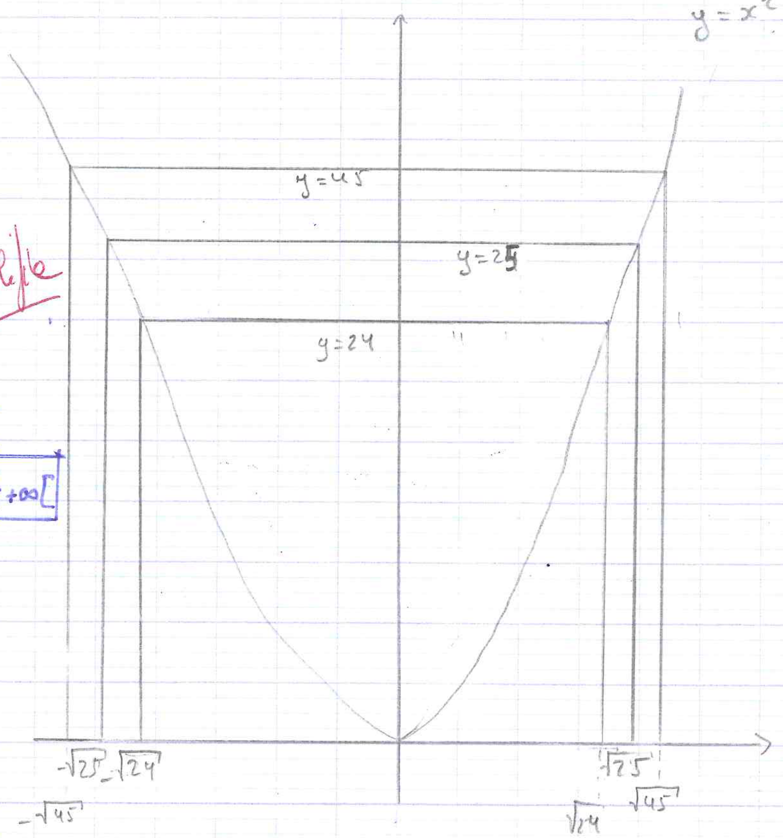
19,5/20

BÉNILAN
Constantin
2°1

Contrôle de maths

1) (Pour toutes ces inéquations et équations, on utilise le schéma ci-dessous)



$E_1 : x^2 = 24$

$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

donc $S = \{-2\sqrt{6} ; 2\sqrt{6}\}$

$E_2 : x^2 > 45$

donc, graphiquement,

$x \in]-\infty ; -\sqrt{45}[\cup]\sqrt{45} ; +\infty[$

simplifie

donc $\boxed{S =]-\infty ; -\sqrt{45}[\cup]\sqrt{45} ; +\infty[}$

$E_3 : (x-4)^2 > 25$

or si $X^2 > a$

$\Leftrightarrow X \in]-\infty ; -\sqrt{a}[\cup]\sqrt{a} ; +\infty[$

Donc, graphiquement :

$(x-4) \in]-\infty ; -5[\cup]5 ; +\infty[$

$\Leftrightarrow \boxed{x \in]-\infty ; -1[\cup]9 ; +\infty[}$

$E_4 : (x+1)^2 < 2$

$X^2 < a \Leftrightarrow -\sqrt{a} < X < \sqrt{a}$

donc $-\sqrt{2} < x+1 < \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \boxed{-\sqrt{2}+1 < x < \sqrt{2}+1}$

$E_5 : (2x+3)^2 \leq 0$

Un carré ne peut être négatif ; donc la seule solution est :

$2x+3 = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}}$

(2)

E1 $-4 < x < -2$

$-\frac{1}{4} > \frac{1}{x} > -\frac{1}{2}$ car $x \mapsto \frac{1}{x} \searrow$ sur $\mathbb{R}_-$

E2 $5 < x < 7$

$\frac{1}{5} > \frac{1}{x} > \frac{1}{7}$ car $x \mapsto \frac{1}{x} \searrow$ sur $\mathbb{R}_+$

(3)

1) Sur $]-\infty; \frac{2}{3}]$; $f(x)$ est décroissante car l'ordre se retrouve changé.

2) Sur $[\frac{2}{3}; +\infty[$, $f(x)$ est croissante car l'ordre est gardé.

3)

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

4) $0,567 > 0,166$

et $0,567 < \frac{2}{3}$ et $0,166 < \frac{2}{3}$

donc puisque $x \mapsto (3x-2)^2 \searrow$ sur $]-\infty; \frac{2}{3}]$

$\boxed{A < B}$

(4) (Par rapport au dessin sur la feuille)

On veut $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$

Soit x le côté du petit carré

$\mathcal{A}_2 = x^2$ et $\mathcal{A}_1 = 1^2 - x^2$

donc, si $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$; $x^2 = 1^2 - x^2$

$2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$ mais une longueur est toujours positive

$= \frac{2-\sqrt{2}}{4}$ donc $x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Donc $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; la largeur de la bande est :

$\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \approx 0,15$ La largeur de la bande est environ $0,15$

car il faut compter la largeur 1 seule fois et non 2

Classe de seconde 1 — 6 mars 2015

BÉNILAN Constantin

Mini-Devoir Mathématiques N^o 11 (0,5 h)

1 — 7 points

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(E_1) : $x^2 = 24$
(E_2) : $x^2 > 45$
(E_3) : $(x-4)^2 > 25$
(E_4) : $(x+1)^2 < 2$
(E_5) : $(2x+3)^2 \leq 0$

2 — 2 points

Donner un encadrement de $\dfrac{1}{x}$:

(E_1) : $-4 < x < -2$
(E_2) : $5 < x < 7$

3 — 6 points

Soit f définie par $f(x) = (3x-2)^2$ sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer les variations de f sur $]-\infty; \frac{2}{3}]$ en complétant le tableau d'enchainement des opérations suivants et en justifiant correctement.

a	$\leq$	b	$\leq$	$\frac{2}{3}$	Justification
$3a-2$	$\leq$	$3b-2$	$\leq$	0	car $x \mapsto 3x-2$ ↗ sur $\mathbb{R}$
$(3a-2)^2$	$\geq$	$(3b-2)^2$	$\geq$	0	car $x \mapsto x^2$ ↘ sur $\mathbb{R}_-$
$f(a)$	$\geq$	$f(b)$	$\geq$	0	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

2. Déterminer les variations de f sur $[\frac{2}{3}; +\infty]$ en complétant le tableau d'enchainement des opérations suivants et en justifiant correctement.

$\frac{2}{3}$	$\leq$	a	$\leq$	b	Justification
0	$\leq$	$3a-2$	$\leq$	$3b-2$	car $x \mapsto 3x-2$ ↗ sur $\mathbb{R}$
0	$\leq$	$(3a-2)^2$	$\leq$	$(3b-2)^2$	car $x \mapsto x^2$ ↗ sur $\mathbb{R}_+$
0	$\leq$	$f(a)$	$\leq$	$f(b)$	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Comparer sans calculatrice les nombres $A = (3 \times 0.567 - 2)^2$ et $B = (3 \times 0.166 - 2)^2$.

4 — 5 points

on veut $A_1 = A_2$

On considère le grand carré ci-contre de côté 1. Un autre carré est contenu dans le grand. Déterminer la largeur de la bande autour pour que celle-ci ait la même aire que celle du petit carré.