

Devoir de mathématiques N° 14

- 1** Voici les résultats d'un sondage effectué en 1999 auprès de 2000 personnes, à propos d'Internet :
- 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet,
 - 35% des personnes interrogées ont moins de 30 ans et, parmi celles-ci, quatre cinquièmes déclarent être intéressées par Internet,
 - 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

1. Compléter le tableau suivant :

	intéressées par Internet	non intéressées par internet	total
moins de 30 ans	560	140	700
de 30 à 60 ans	150	550	700
plus de 60 ans	90	510	600
total	800	1200	2000

2. On choisit au hasard une personne parmi les 2000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :
- A : « la personne interrogée a moins de 30 ans »,
 B : « la personne interrogée est intéressée par Internet ».
- a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
 - b) Définir par une phrase l'événement \bar{A} puis calculer $P(\bar{A})$.
 - c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$. En déduire $P(A \cup B)$.
3. On sait maintenant que la personne interrogée est intéressée par Internet.
 Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 30 ans ?

- 2** Le jeu de scrabble contient 102 jetons : deux jokers blancs (qui rapportent zéro point) et 26 lettres suivant la répartition suivante :

A_1	B_3	C_3	D_2	E_1	F_4	G_2	H_4	I_1	J_8	K_{10}	L_1	M_2
9	2	2	3	15	2	2	2	8	1	1	5	3

N_1	O_1	P_3	Q_8	R_1	S_1	T_1	U_1	V_{14}	W_{10}	X_{10}	Y_{10}	Z_{10}
6	6	2	1	6	6	6	6	2	1	1	1	1

Par exemple, on trouve 9 jetons portant la lettre A et chaque lettre A rapporte 1 point (nombre noté en indice.)
 On tire un jeton au hasard.

1. Quel est l'univers associé à cet expérience ? Est-il équiprobable ?
2. Calculer les probabilités des événements suivants :
 - a) A : « Le jeton est un E. »
 - b) B : « Le jeton est une voyelle. »
 - c) C : « Le jeton rapporte 10 points. »
 - d) D : « Le jeton rapporte 2 points. »
 - e) E : « Le jeton est une consonne qui rapporte au moins 3 points. »
 - f) F : « Le jeton est une voyelle qui rapporte au plus 8 points. »

3 On lance deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'un de ces dés est blanc et l'autre est noir. On ajoute les deux chiffres obtenus et on lit le résultat.

1. Modéliser l'ensemble des issues par un tableau à double entrée :

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2. On considère les deux événements définis par :

A : « Le résultat est pair »

B : « Le résultat est strictement supérieur à 7 »

Déterminer $P(A)$, $P(B)$.

3. Définir l'évènement \bar{B} par une phrase puis calculer sa probabilité.

4. Définir l'évènement $A \cap B$ par une phrase puis calculer sa probabilité.

5. Définir l'évènement $A \cup B$ par une phrase puis calculer sa probabilité.

4 On lance deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On ajoute les deux chiffres obtenus et on lit le résultat. On souhaite faire une simulation à l'aide d'un programme en Python pour déterminer une valeur approchée de la probabilité de faire 8. Pour cela on procède à une simulation de 1000 lancers à l'aide du programme suivant :

```

1 from random import *
2 c=0 #c est le compteur de résultats où s=8
3 for i in range(1,1001):
4     j=randint(1,6)
5     k=randint(1,6)
6     s=j+k
7     if s==8 :
8         c=c+1
9 f=.c/1000
10 print("la fréquence du 8 sur 1000 lancers est : ",f)

```

1. Compléter les lignes 8 et 9

2. On fait marcher l'algorithme. On trouve la fréquence suivante : $f=0,142$. En vous aidant de l'exercice précédent, cela vous paraît-il plausible ?

d'après l'ex 3, la proba de faire 8 est $p = \frac{5}{36} \approx 0,139$

le résultat est donc bien cohérent.

DS 14

$$\textcircled{1} \textcircled{1} \quad 40\% \text{ de } 2000 : \frac{40}{100} \times 2000 = 800$$

$$35\% \text{ de } 2000 : \frac{35}{100} \times 2000 = 700$$

$$\frac{4}{5} \times 700 = 560$$

$$30\% \text{ de } 2000 : \frac{30}{100} \times 2000 = 600$$

$$85\% \text{ de } 600 : \frac{85}{100} \times 600 = 510$$

Les calculs ci-dessus permettent alors de remplir le tableau.

② a) Probabilités en situation d'équiprobabilité a priori :

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{700}{2000} = \frac{7}{20}$$

$$P(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{800}{2000} = \frac{2}{5}$$

⑤ \bar{A} : "la personne a plus de 30 ans"

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{13}{20}$$

⑥ $A \cap B$: "la personne a moins de 30 ans et est intéressée par internet"

$$P(A \cap B) = \frac{\#A \cap B}{\#\Omega} = \frac{560}{2000} = \frac{7}{25}$$

$$\text{alors par th} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{47}{100}$$

③ Il y a 200 personnes intéressées par internet et parmi elles 210 ont plus de 30 ans.

$$\text{la probabilité demandée est } p = \frac{210}{200} = \frac{21}{20} = \frac{3}{10}$$

② ① l'univers que l'on peut trouver est l'ensemble des lettres de l'alphabet plus le jeton blanc. cela fait un univers de cardinal 27.

$$\Omega = \{\text{blanc}, A, B, C, \dots, Z\}$$

Il n'est pas équiprobable; par exemple $p(\text{blanc}) = \frac{2}{102}$; $p(A) = \frac{9}{102}$

② ② d'après le tableau donné:

$$P(A) = \frac{15}{102} = \frac{5}{34}$$

⑤ $P(B) = ?$

On sait que $B = \{A, E, I, O, U, Y\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{102}(9+15+8+6+6+1)$
 $= \frac{45}{102} = \frac{15}{34}$

③ $C = \{K, W, X, Y, Z\}$

$$\Rightarrow P(C) = \frac{1}{102}(1+1+1+1+1) = \frac{5}{102}$$

④ $D = \{D, G, H\} \Rightarrow P(D) = \frac{1}{102}(3+2+3) = \frac{4}{51}$

⑤ $E = \{B, C, F, J, K, P, Q, V, W, X, Y, Z\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{102}(2+2+2+2+1+1+2+1+2+1+1+1)$
 $= \frac{19}{102}$

⑥ $F = \{A, E, I, O, U\}$
 $= B \setminus \{Y\}$

$$\Rightarrow P(F) = P(B) - P(Y) = \frac{9}{34} - \frac{1}{102} = \frac{44}{102} = \frac{22}{51}$$

③ Chaque case du tableau a la même probabilité d'être obtenue: $\frac{1}{36}$

ainsi

• $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ car on a 18 cases paires

• Il y a 15 cases avec un résultat strictement supérieur à 7

$\Rightarrow P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

③ \bar{B} : "on fait moins ou égal à 7" $\Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$.

④ $A \cap B$: "faire pair et plus ou égal à 8"

$\Rightarrow A \cap B = \{8, 10, 12\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

⑤ $A \cup B$: "faire pair ou plus ou égal à 8"

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$