

Mathématiques fonctions N° 4 (1h)

0 Nom et prénom : *Master*

1 La fonction f admet le tableau de variation ci-dessous :

x	-8	2	5	10
Variations de f	-6	↗ 3 ↘	↗ -4 ↘	↗ -1 ↘

Complétez directement sur la feuille :

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f .

$D = [-8; 10]$

2. Déterminer les extremums de la fonction f .

3 maximum de f atteint en $x=2$. -6 minimum de f atteint en $x=-8$

3. Déterminer l'image de 2 par f .

$f(2) = 3$

4. Donner un encadrement de $f(3)$.

$2 < 3 < 5$ et f décroissante sur $[2, 5]$
donc $f(2) > f(3) > f(5)$ c'est-à-dire $3 > f(3) > -4$

5. Déterminer le nombre d'antécédents -2 par f .

d'après le tableau de variations -2 admet 3 antécédents

6. Comparer $f(6)$ et $f(7)$. Justifier la réponse.

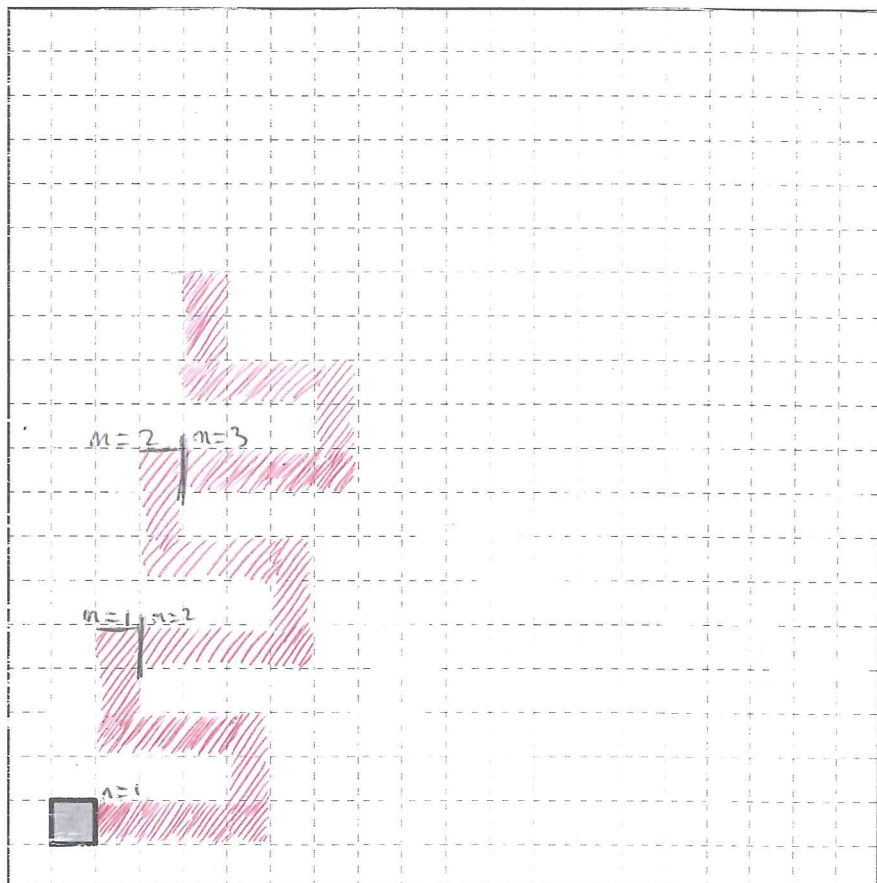
on a $6 < 7$ donc $f(6) < f(7)$ car f croissante sur $[5, 10]$

2 Le petit robot d'algorea dispose de 4 commandes qui sont haut, bas, droite, gauche. Il se situe à l'endroit du rectangle grisé.

Dessiner sur le quadrillage suivant la trajectoire du robot après exécution de l'algorithme.

```

1 for n in range(1,3 (inclus)):
2   for i in range(1,4 (inclus)):
3     droite()
4     haut()
5     haut()
6   for i in range(1,3 (inclus)):
7     gauche()
8     haut()
9     haut()
    
```



3

On donne la fonction f dont le graphe est ci-joint. Répondre aux parties I et II sur la feuille. La partie III doit être faite sur votre copie.

Partie I : lectures graphiques

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f . $D_f = [-4; 2]$

2. Déterminer le maximum et le minimum de f sur \mathcal{D}_f .
Le max de f est 16 atteint en -4, le minimum est -14 atteint en $x = -0,8$

3. a) Quelle est l'image par f de 0? $f(0) = -12$

b) Quelles sont les éventuels antécédents de -4?

-4 admet deux antécédents $x_1, x_2 = -2,8$ et $x_2 \approx 1$

4. Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$.

$$S = \{-3; 1,2\}$$

5. Résoudre graphiquement $f(x) \geq 10$. $S = [-4; -3,7] \cup \{2\}$

6. Dresser le tableau de variations de f sur \mathcal{D}_f .

x	-4	-0,8	2
$f(x)$	16	-14	10

Partie II :

1. Par lecture graphique complétez les phrases suivantes :

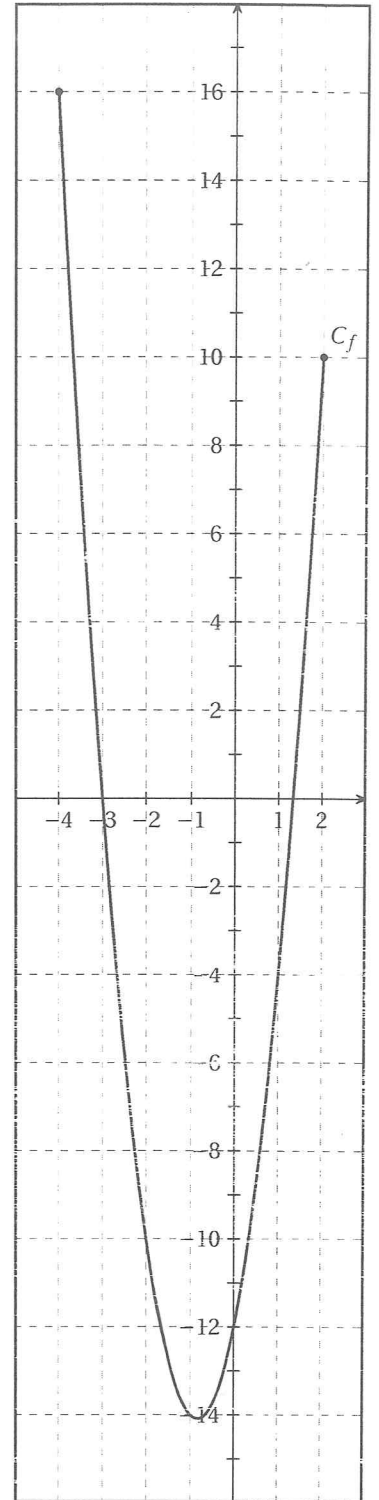
a) Le nombre d'antécédents par f de 13 est : 1

b) Le nombre d'antécédents par f de 15 est : 1

c) Le nombre d'antécédents par f de 10 est : 2

2. Soit $k \in \mathbb{R}$. Donner une règle donnant le nombre de solutions à $f(x) = k$ selon les valeurs de k

- pour $k \in]-\infty; -14[\cup]16; +\infty[$ on n'a aucune solution
- pour $k \in]10; 16[\cup \{-14\}$ on a une solution exactement
- pour $k \in]-14; 10]$ on a 2 solutions



Partie III : Dans cette partie tous les résultats doivent être justifiés par calcul.

La courbe \mathcal{C}_f représentée est celle de la fonction définie sur \mathcal{D}_f par $f(x) = 3x^2 + 5x - 12$ sur $D = [-4; 2]$.

1. Déterminer les images par f de -1, 0, et $\sqrt{2}$.

2. Résoudre $f(x) = -12$.

3. a) Montrer que pour tout $x \in D$ on a

$$f(x) = (3x - 4)(x + 3)$$

b) En déduire la résolution de $f(x) = 0$.

Ex 2: Partie III

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 12.$$

$$\textcircled{1} \quad f(-1) = 3 - 5 - 12 \\ = -14$$

$$\textcircled{2} \quad f(0) = -12.$$

$$f(\sqrt{2}) = 3 \times 2 + 5\sqrt{2} - 12 \\ = 5\sqrt{2} - 6.$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = -12 \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 12 = -12 \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(3x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -\frac{5}{3}$$

$$S = \left\{ 0, -\frac{5}{3} \right\}$$

$$\textcircled{3a} \quad (3x - 4)(x + 3) = 3x^2 + 9x - 4x - 12 \\ = 3x^2 + 5x - 12 \\ = f(x)$$

donc l'égalité est démontrée

$$\textcircled{b} \quad f(x) = 0 \text{ssi } (3x - 4)(x + 3) = 0 \\ \text{ssi } x = \frac{4}{3} \text{ ou } x = -3$$

$$S = \left\{ +\frac{4}{3}, -3 \right\}$$

Remarque: dans la partie I nous avons trouvé comme solutions -3 et $\frac{4}{3}$ qui sont des valeurs exactes.