

Devoir de Mathématiques N° 3 (1h)

■ Nom et prénom :

■ (9 points)

1. Compléter le tableau suivant :

L'ensemble	des réels vérifiant	se note
I	$-3 \leq x \leq 7$	$[-3; 7]$
J	$-5 \leq x < -2$	$[-5; -2[$
K	$2 < x \leq 13$	$]2; 13]$
L	$x \leq 7$	$] -\infty; 7]$

2. Déterminer en complétant

a) $I \cap J = [-3; -2[$

b) $I \cup J = [-5; 7]$

c) $K \cap L =]2; 7]$

d) $K \cup L =]-\infty; 13]$

e) $K \cap J = [-5; -2[$

■ (2 points)

Ecrire plus simplement :

$$G =]-10; 3[\cap \mathbb{N} = \{0, 1, 2\}$$

$$H =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[= \mathbb{R}^*$$

■ (3 points)

Ecrire plus simplement en détaillant les calculs.

$$a = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$b = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

$$c = \sqrt{28} = \sqrt{7 \times 4} = 2\sqrt{7}$$

■ (3 points)

Eliminer les racines du dénominateur :

$$a = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$b = \frac{2}{\sqrt{5}-2} = \frac{2(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{2(\sqrt{5}+2)}{5-4} = 2(\sqrt{5}+2)$$

■ (6 points)

Développer et réduire :

$$a(x) = (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$b(x) = (3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$$

$$c(x) = (2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 1$$

■ (3 points)

Qu'affiche l'algorithme suivant :

```
1 pour i allant de 1 à 10 :
2   affiche i
3   si 4 divise i :
4     affiche "yes"
5     affiche i/4
6   fin si
7 fin pour
```

Réponse : 1 2 3 4 yes 1 5 6 7 8 yes 2 9 10

■ (3 points)

On donne le programme suivant écrit en Python. Quelle sont les valeurs renvoyées par cet algorithme ?

```
1 def hello(a,b) :
2   # Ceci est la définition d'une fonction
3   if a>b :
4     return(a+b)
5   else :
6     return(a*b)
7 #-----Ici c'est la fin de la définition de la fonction et le programme commence
8
9 print(hello(2,5))
10 print(hello(4,3))
11 print(hello(hello(3,5),7)) → hello(15,7) = 22
```

Réponse : 10 7 22

■ (6 points)

Résoudre

$$(E_1) : (x - 1)(x + 2) - (x - 1)(3x + 4) = 0.$$

$$(E_2) : x^2 - 4 = 0$$

$$(E_3) : 9x^2 - 1 = 0$$

■ (5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$.

1. Déterminer l'image de 2 par f .
2. Déterminer l'image de -3 par f .
3. Quels sont les antécédents de 4 par f ?
4. On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f . Les points $A(1; 4)$ et $B(0; 4)$ appartiennent-ils à \mathcal{C}_f ?

■ (Bonus 4 points)

Calculer A^2 puis déterminer A .

$$A = \sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}}$$

DS3

VIII

$$(E_1) \Leftrightarrow (x-1)(x+2) - (x-1)(3x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[(x+2) - (3x+4)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(-2x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1 \quad S = \{1; -1\}$$

$$(E_2) \quad x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = -2 \quad S = \{-2; 2\}$$

$$(E_3) \quad 9x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (3x)^2 - 1^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)(3x-1) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}$$

IX

$$① \quad f(2) = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 4 = 12$$

$$② \quad f(-3) = 3 \cdot 9 + 6 + 4 = 37$$

$$③ \quad f(x) = 4 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(3x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{2}{3} \quad S = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$$

$$④ \quad f(1) = 3 - 2 + 4 = 5 \text{ donc } A(1; 4) \notin \mathcal{C}$$

$$f(0) = 4 \text{ donc } B(0; 4) \in \mathcal{C}.$$

X

$$A = \sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}$$

$$\text{alors } A^2 = (\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})^2$$

$$= 3 + \sqrt{5} + 2\sqrt{3+\sqrt{5}}\sqrt{3-\sqrt{5}} + 3 - \sqrt{5}$$

$$= 6 + 2\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$$

$$= 6 + 2\sqrt{9-5}$$

$$= 6 + 4$$

$$= 10.$$

donc $A = \sqrt{10}$ ou $A = -\sqrt{10}$

et comme $A > 0$ on a $A = \sqrt{10}$.