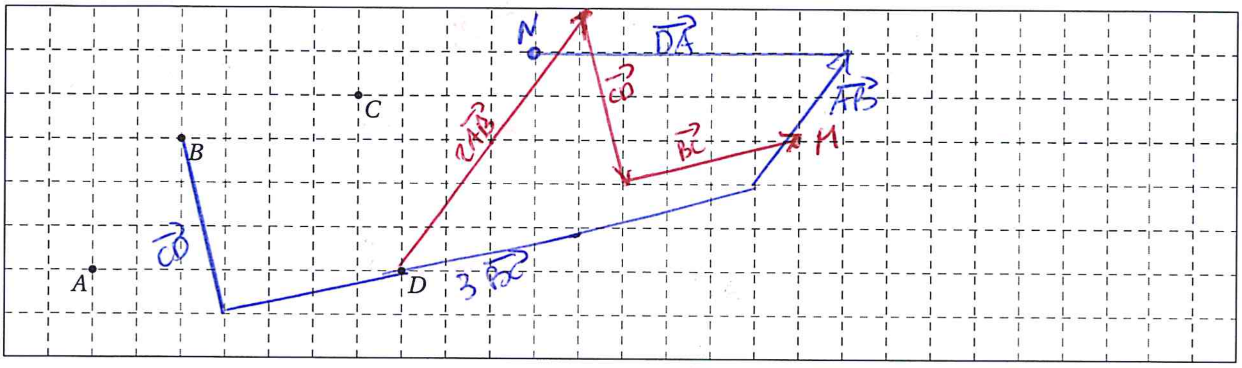
Devoir N^o 7 Vecteurs

I **(3 points)** On considère la figure ci-dessous :



Construire les points M et N définis par

$$\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$$

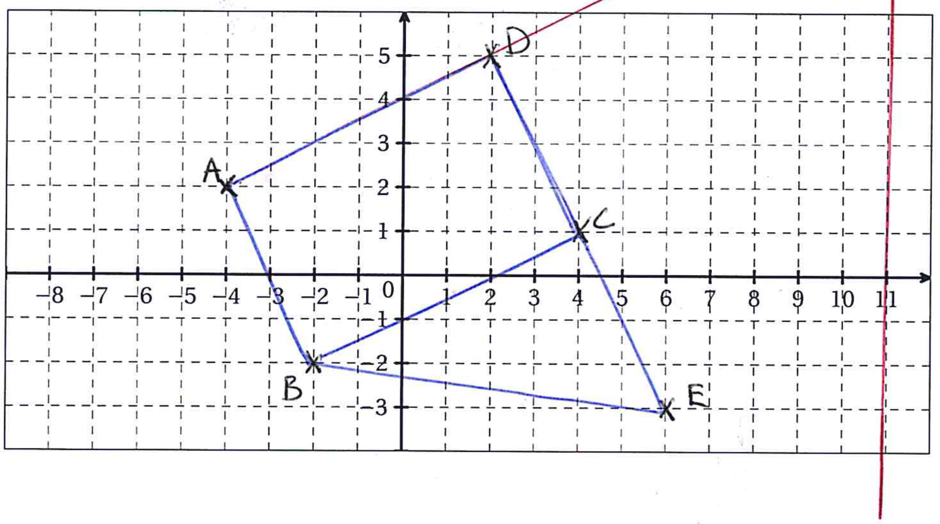
$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

II **(6 points)**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère les points $A(-4;2)$, $B(-2;-2)$, $C(4;1)$ et $D(2;5)$.

1. a) Déterminer et placer le point E tel que le quadrilatère $ABEC$ soit un parallélogramme.
   b) Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ? Quelle est la nature de $ABED$?
2. a) Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[BC]$.
   b) Les points A, O et M sont-ils alignés ?
3. Soit $F(11,y)$ un point d'abscisse 11. On cherche à déterminer y pour que F soit un point de (AD).
   a) Donner une estimation graphique des coordonnées de F.
   b) Par un calcul, déterminer la valeur de y.

F

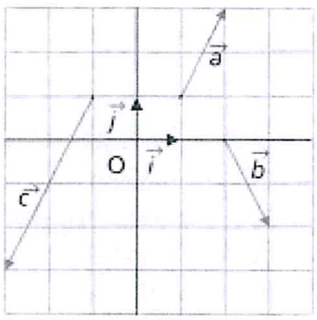
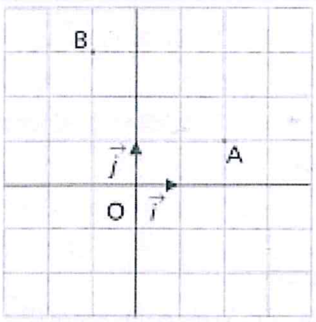


III **(3 points)**

```
Demander un entier naturel n
P=1
i=1
TantQue i <= n faire :
   P=P*i
   i=i+2
Fin TantQue
Affiche P
```

1. Pour $n = 2$ que répond l'algorithme ?
2. Même question avec $n = 3$.
3. Même question avec $n = 9$.
4. Pour une valeur quelconque de n que calcule alors cet algorithme ?

IV **(8 points)** Entourer la ou les bonnes réponses. (Il y en a 22).

		A	B	C
1	Si $\vec{u} = \vec{AB} - \vec{AC}$, alors	$\vec{u} = \vec{BC}$	$\vec{u} = \vec{CB}$	$\vec{u} = \vec{AC}$
2	Si $\vec{u} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$, alors	$\vec{u} = 3\vec{BC}$	$\vec{u} = 3\vec{AC} - \vec{BC}$	$\vec{u} = 3\vec{AB}$
3	Si $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{CB}$, alors	$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{AC}$	$\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC}$	$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{BC}$
4	Si $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, alors	$\vec{u}(2 ; -3)$	$\vec{u}(-3 ; 2)$	$-2\vec{u}(-4 ; 6)$
5		$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont égaux	$\vec{a}$ et $\vec{b}$ ont même sens	$\vec{a}$ et $\vec{b}$ ont même longueur
6		$\vec{a}$ et $\vec{c}$ sont colinéaires	$\vec{a}$ et $\vec{c}$ n'ont pas la même direction	$\vec{a}$ et $\vec{c}$ n'ont pas le même sens
7		$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$	$\vec{a}(1 ; 2)$	$\vec{a}(2 ; 3)$
8		$\vec{a} + \vec{b}(3 ; 5)$	$\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{i}$	$\vec{a} - \vec{b} = 4\vec{j}$
9	M milieu de [PQ] est défini par	$\vec{PM} = \vec{QM}$	$\vec{MP} = \vec{MQ}$	$\vec{PM} = \vec{MQ}$
10	Si A(3 ; – 3) et B(– 5 ; 3), alors	$\vec{AB}(-8 ; 6)$	$\vec{AB} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$	$\vec{BA} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$
11	Si A(3 ; – 3), B(– 5 ; 3) et I milieu de [AB], alors	I(– 4 ; 3)	I(– 1 ; 0)	I(– 8 ; 6)
12		A(2 ;1) dans $(O ; \vec{i}, \vec{j})$	B(3 ; – 1) dans $(O ; \vec{i}, \vec{j})$	$\vec{AB}(-3 ; 2)$ dans $(O ; \vec{i}, \vec{j})$
13		$\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$	$\vec{OB} = \vec{i} + 3\vec{j}$	$\vec{BA} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$
14		OA = 3	OB = $\sqrt{8}$	AB = $\sqrt{13}$
15	Si $\vec{u}(2 ; -6)$ et $\vec{v}(-3 ; 9)$, alors	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraire
16	x étant un réel, $\vec{u}(6 ; x)$ et $\vec{v}(x ; 3)$ sont colinéaires si et seulement si	$x^2 = 18$	$x = 2$	$x = -3\sqrt{2}$

Devoir N° 7.

II ① ⓐ Soit $E(x;y)$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}x-4\\y-1\end{pmatrix}$

ABEC parallélogramme ssi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CE}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=2 \\ y-1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$$

donc $\boxed{E(6;-3)}$.

ⓑ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}4\\-8\end{pmatrix}$

donc $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{AB}$

donc $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{AB}$ colinéaires d'où $(DE)//(AB)$

Le quadrilatère **ADEB est un trapèze**. (On peut aussi montrer qu'il est rectangle à l'aide du th de Pythagore)

② ⓐ M milieu de $[BC]$ donc $M\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$

donc $\boxed{M\left(1;-\frac{1}{2}\right)}$

ⓑ $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

$XY'-X'Y=\frac{4}{2}-2=0$ donc $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OM}$ colinéaires donc **O, A, M alignés**

③a D'après le graphique on estime que $F(11;9{,}5)$

③b $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}15\\y-2\end{pmatrix}$

A, D, F alignés ssi $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}$ colinéaires

$$\Leftrightarrow XY'-X'Y=0$$
$$\Leftrightarrow 6(y-2)-3\times 15=0$$
$$\Leftrightarrow 6(y-2)=45$$
$$\Leftrightarrow 6y=57 \Leftrightarrow y=\frac{57}{6}=\frac{19}{2}$$

donc $\boxed{F(11;9{,}5)}$

III ① Pour $n = 1$ l'algorithme affiche $\underline{1}$

② Pour $n = 3$ - - - - - - - - - - $1 \times 3 = \underline{3}$

③ Pour $n = 9$ - - - - - - - - - - $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 = \underline{945}$

④ Cet algorithme réalise le produit des entiers impairs inférieurs à n (ou égaux).