$2^{nde}4$ *le 10 mai 2018*

Devoir N^o 15 : TP Python (1h)

Quelques rappels de commandes dont vous pourriez avoir besoin...

- `from math import *` en première ligne pour importer la bibliothèque mathématiques.
- `from random import *` en première ligne pour importer la bibliothèque `random`.
- `int(a)` renvoie la partie entière de `a`. Par exemple `int(12.2678)` vaut 12.
- `sqrt(a)` renvoie la racine carrée de `a`.
- `a=uniform(0,10)` affecte à `a` un nombre **réel** au hasard entre 0 et 10.
- `a=randint(1,8)` affecte à `a` un nombre **entier** (integer) au hasard entre 1 et 8.

I

```
def exa(n):
  s=0
  Pour i allant de 0 à n :
     s=s+ (-1)**i/(2i+1)
  FinPour
  Affiche s
  Affiche 4*s
```

1. Programmer cette fonction. Donner les résultats de
   - `exa(100)`= ....
   - `exa(1000000)`= ....
2. Que pouvez-vous conjecturer sur la valeur de s lorsque n prend de grandes valeurs (n tend vers l'infini) ?

   ....
3. Proposer si possible une écriture simple (sous forme de somme infinie) pour le résultat de cet algorithme.

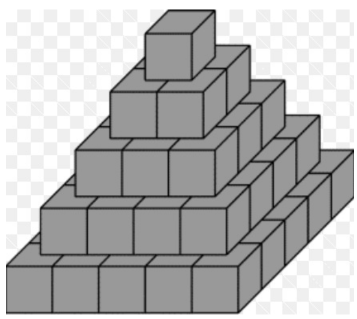
   ....

II

On considère la pyramide ci-contre. Nous voyons que pour un seul étage, il faut 1 cube. Pour deux étages, il faut 5 cubes, etc ...

1. Combien de cubes faut-il pour 3 étages ? ....
2. On propose l'algorithme suivant que vous programmerez en python.

```
def exb(n):
  s=0
  Pour i allant de 0 à n :
     s=s+ i**2
  FinPour
  Affiche s
```



3. Quel est le résultat pour
   - `exb(5)`= ....
   - `exb(10)`= ....
4. Que fait cet algorithme dans le contexte de l'exercice ?

   ....
5. On dispose de 150 000 cubes et on souhaite savoir de combien d'étages on peut faire la pyramide.

   Ecrire un programme de votre choix donner la réponse. ....

III

```
def exc(n):
  p=1
  i=1
  TanQue i inferieur ou egal à n faire :
    p=p*i
    i=i+2
  Fin TanQue
  Affiche p
```

1. Quel est le résultat pour
   - exc(4)= ....
   - exc(12)= ....
2. Que fait cet algorithme dans le contexte de l'exercice ?

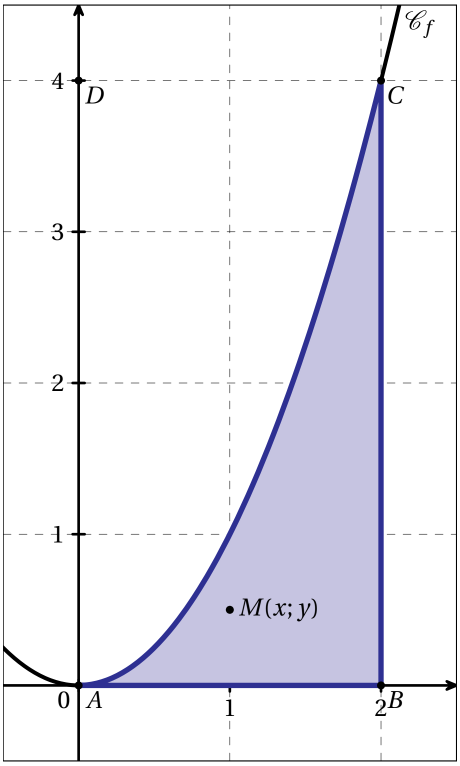
....

IV

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la fonction carrée définie par $f(x) = x^2$ et dont la représentation graphique est ci-contre.
On souhaite évaluer l'aire sous la fonction carrée entre 0 et 2 comme indiqué sur le graphique ci-joint. Nous noterons $\mathscr{A}$ la partie du plan située sous la courbe pour $x \in [0; 2]$.
Pour cela nous allons utiliser une méthode dite de Montecarlo, qui consiste à choisir un point au hasard dans le rectangle $ABCD$ et à évaluer la probabilité que ce dernier soit dans $\mathscr{A}$.
La probabilité est alors

$$p = \frac{\text{Aire de } \mathscr{A}}{\text{Aire de } ABCD}$$

Pour évaluer cette probabilité nous allons donc faire une simulation un grand nombre de fois à l'aide d'un programme en Python. En calculant par la suite l'aire du rectangle $ABCD$ nous pourrons en déduire l'aire de la zone $\mathscr{A}$.
Nous avons déjà programmer plusieurs fois ce genre d'algorithme...
On tire un point $M(x; y)$ au hasard dans le rectangle. La propriété mathématique pour décider si le point est dans $\mathscr{A}$ est si $y \leq x^2$ (pour être sous la courbe...)
Voici l'algorithme permettant de faire la simulation.




```
1 N=100000 # on fait N parties
2 c=0 # Compteur de succés
3 Pour i allant de 1 à N
4     choisir x au hasard entre 0 et 2
5     choisir y au hasard entre 0 et 4
6     si y inférieur ou égal à x*x alors c=c+1
7 f=c/N
8 Afficher("La fréquence est de ", f)
9 Afficher("Laire est de ", .........)
```

1. A vu d'œil donner une valeur pour l'aire de $\mathscr{A}$: ....
2. Donner l'aire du rectangle $ABCD$ et complétez la ligne 9 du programme. ....
3. Ecrire le programme en python. Quelles sont les deux valeurs affichées par le programme :

   ....
4. Donner un intervalle de confiance au seuil de 95% pour la probabilité : ....

   ....

   ....
5. En déduire un encadrement pour l'aire : ....

   ....

   ....
6. Pouvez-vous conjecturer une valeur exacte pour cette aire ? ....