2^3 DS N°5 18/11/2008

I ① $(x-2)(x+1)=(x-3)(x-2)$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+1-(x-3))=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(4)=0 \Leftrightarrow x=2$ d'où $S=\{2\}$.

② $(x-3)(x+1)-(3-x)(x-5)=0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+1)+(x-3)(x-5)=0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+1+x-5)=0$

$\Leftrightarrow (x-3)(2x-4)=0 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=\frac{4}{2}=2$ $S=\{3;2\}$.

③ $(x+4)(1-2x)-(1-2x)(x-4)+(1-2x)=0$

$\Leftrightarrow (1-2x)((x+4)-(x-4)+1)=0$

$\Leftrightarrow (1-2x)(9)=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow S=\{\frac{1}{2}\}$.

④ $7x^2-8=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{8}{7} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{8}{7}}$ ou $x=-\sqrt{\frac{8}{7}}$

$\Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{2}\sqrt{7}}{7}$ ou $x=-\frac{2\sqrt{2}\sqrt{7}}{7}$

donc $S=\left\{\frac{2}{7}\sqrt{14};-\frac{2}{7}\sqrt{14}\right\}$

⑤ $\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{2x}{x^2-1}$

Valeurs interdites : $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$
$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$
$x^2-1=0 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$

d'où $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-1\}$.

Résolution : (E) $\Leftrightarrow \frac{x+1-2(x-1)}{x^2-1}=\frac{2x}{x^2-1}$

$\Leftrightarrow \frac{-x+3-2x}{x^2-1}=\frac{\cancel{2x}}{x^2-1} \Leftrightarrow \frac{3(1-x)}{x^2-1}=0$

$\Leftrightarrow x=1\notin D \Rightarrow S=\emptyset$

⑥ $\frac{2x-4}{2x+3}=1$ (E)

valeurs interdites : $2x+3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-\frac{3}{2}\}$.

(E) $\Leftrightarrow 2x-4=2x+3 \Leftrightarrow -4=3 \Rightarrow S=\emptyset$

⑦ $\frac{9}{(x-3)}=x-3$.

$D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$ et (E) $\Leftrightarrow 9=(x-3)^2$

$\Leftrightarrow x-3=3$ ou $x-3=-3$

$\Leftrightarrow x=6\in D$ ou $x=0\in D \Rightarrow S=\{0,6\}$.

(II) $\alpha^2-2\alpha-1 = (1+\sqrt{2})^2-2(1+\sqrt{2})-1$

$= 1+2\sqrt{2}+2-2-2\sqrt{2}-1$

$= 0 \quad \Rightarrow \alpha$ solut° de $x^2-2x-1=0$.

(III) $A = \dfrac{1+\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}} = \dfrac{(1+\sqrt{2})(3+\sqrt{5})}{3^2-\sqrt{5}^2} = \dfrac{(1+\sqrt{2})(3+\sqrt{5})}{4} = \dfrac{3+3\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{10}}{4}$

(IV) ① $\forall x \in \mathbb{R}$, $1+x^2+(x+1)^2 = 1+x^2+x^2+2x+1$

$= 2+2x^2+2x = 2(1+x+x^2)$

② $\forall x \in \mathbb{R}$, $\left.\begin{array}{l}(x+1)^2 \geq 0 ;\\ x^2 \geq 0\end{array}\right\} \xRightarrow{\text{par somme}} (x+1)^2+x^2+1 \geq 1 \geq 0.$

d'où $2(x^2+x+1) \geq 0$ donc il en est de m̂ pour x^2+x+1

(V) $3 < x < 5$

$\Rightarrow 12 < 4x < 20$ $(*_1)$ ($\times 4$ avec $4>0$).

$7 < y < 8$

$\Rightarrow -21 > -3y > -24$ ($\times(-3)$ avec $-3<0$).

$\Rightarrow -24 < -3y < -21$ $(*_2)$

par somme avec $(*_1)$ on a $12-24 < 4x-3y < 20-21$

$\Leftrightarrow -12 < 4x-3y < -1$.