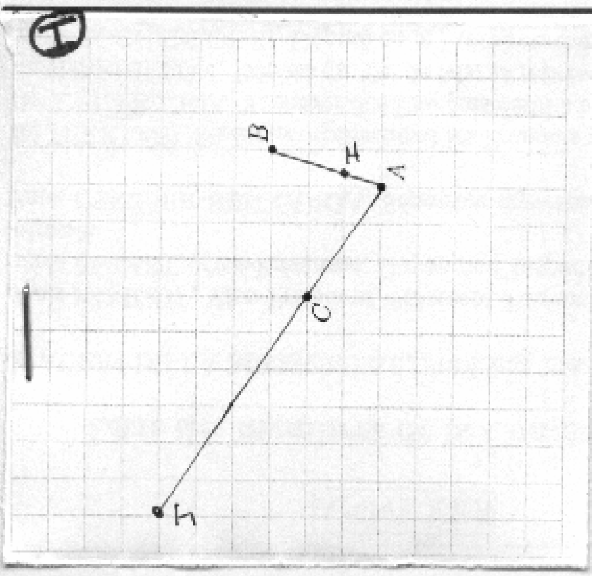
I



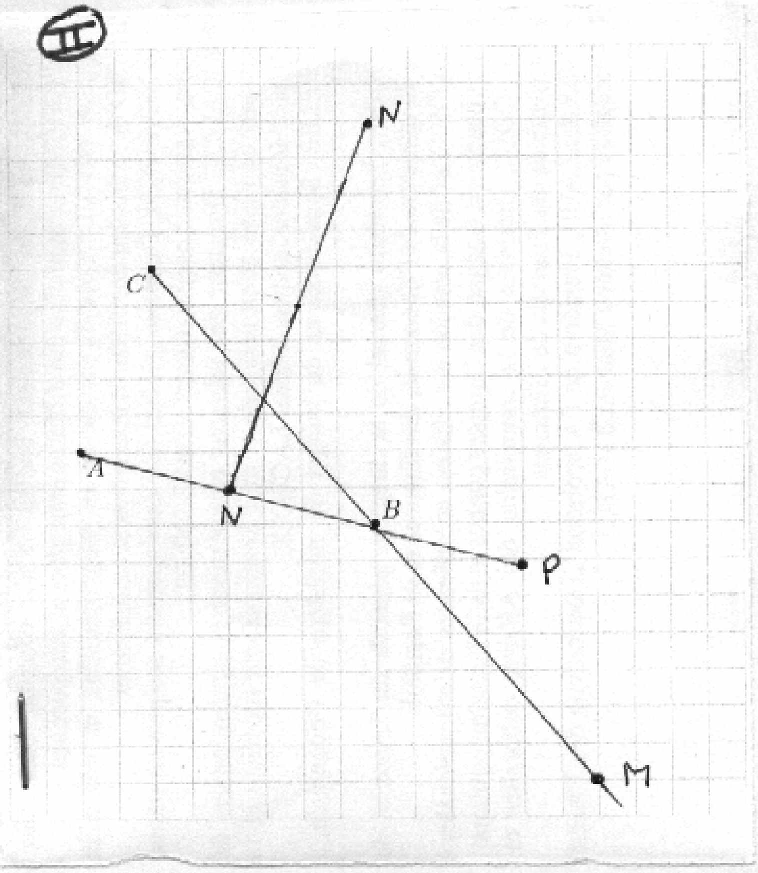
$\vec{IC} = \vec{IA} + \vec{AC} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AC}$

$\vec{BJ} = \vec{BC} + \vec{CJ} = \vec{BA} + \vec{AC} + 2\vec{AC}$
$= -\vec{AB} + 3\vec{AC}$

on déduit $\vec{BJ} = 3\vec{IC}$

d'où $\vec{BJ}$ et $\vec{IC}$ colinéaires $\Longrightarrow (BJ) \parallel (IC)$.

II



③ $\vec{AP} = 3\vec{BP}$

$\Leftrightarrow \vec{AP} = 3\vec{BA} + 3\vec{AP}$ (Chasles)

$\Leftrightarrow \vec{AP} = -3\vec{AB} + 3\vec{AP}$

d'où $2\vec{AP} = +3\vec{AB} \Longrightarrow \vec{AP} = \frac{3}{2}\vec{AB}$

④ $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM}$
$= \vec{AB} + \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{CA} + \vec{AB}$
$= 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

⑤ $\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{AP}$
$= -2\vec{AB} + \vec{AC} + \frac{3}{2}\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC}$

$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = -2\vec{AB} + \vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB} + 2\vec{AC}$
$= -\frac{3}{2}\vec{AB} + 3\vec{AC}$

on remarque que $3\vec{MP} = \vec{MN}$.

donc $\vec{MP}, \vec{MN}$ colinéaires $\Longrightarrow$ M, N, P alignés

⑥ dans $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$: $A(0,0)$; $B(1,0)$; $C(0,1)$

$\vec{MB} = \vec{BC}$; $\vec{MB}\begin{pmatrix} 1-x_M \\ -y_M \end{pmatrix}$; $\vec{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d'où $\begin{cases} 1-x_M = -1 \\ -y_M = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -1 \end{cases} \Leftrightarrow M(2;-1)$

$\vec{AN} = \frac{1}{2}\vec{AB} + 2\vec{AC} \Longrightarrow N(\frac{1}{2}, 2)$

$\vec{AP} = \frac{3}{2}\vec{AB} \Longrightarrow P(\frac{3}{2}, 0)$

$\vec{MP}\begin{pmatrix} -1/2 \\ +1 \end{pmatrix}$ $\vec{MN}\begin{pmatrix} -3/2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\det(\vec{MP}, \vec{MN}) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 0$

donc $\vec{MP}, \vec{MN}$ colinéaires $\Longrightarrow$ M, N, P alignés.