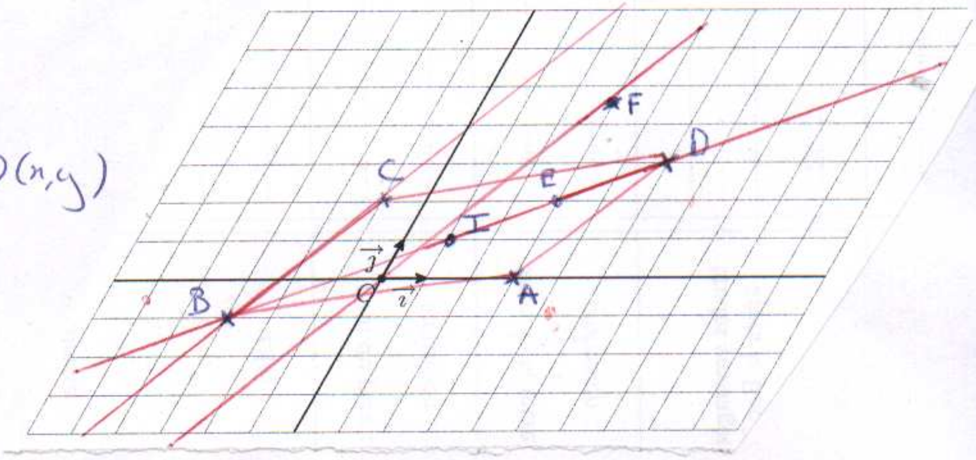
2^3 Devoir N° 9 27 Janvier 2009



② ABCD parallélogramme

$\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1-x\\2-y\end{pmatrix}$ avec $D(x,y)$

d'où $\begin{cases}-1-x=-6\\2-y=-1\end{cases} \iff \begin{cases}x=5\\y=3\end{cases}$

d'où $D(5,3)$

③ I est le milieu de $[AC] \Rightarrow \begin{cases}x_I = \dfrac{x_A+x_C}{2} = 1\\ y_I = \dfrac{y_A+y_C}{2} = 1\end{cases} \Rightarrow I(1,1)$

④ Soit $E(x,y)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}x-3\\y\end{pmatrix}$

donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CA} \iff \begin{cases}x-3=-6+\frac{3}{2}\times 2+\frac{3}{4}\times 4\\ y=-1+\frac{3}{2}\times 3+\frac{3}{4}(-2)\end{cases}$

$\iff \begin{cases}x=3\\y=2\end{cases} \Rightarrow E(3,2)$

⑤ $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$ et $\det(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BD}) = 24-24=0$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BD}$ colinéaires $\Rightarrow$ B, E, D alignés

⑥ $F(x,y)$; $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}-5-x\\-\frac{1}{2}-y\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{FC}\begin{pmatrix}-1-x\\2-y\end{pmatrix}$

donc $\overrightarrow{FG} = 2\overrightarrow{FC} \iff \begin{cases}-5-x=2(-1-x)\\-\frac{1}{2}-y=2(2-y)\end{cases} \iff \begin{cases}-5-x=-2-2x\\-\frac{1}{2}-y=4-2y\end{cases}$

$\iff \begin{cases}x=3\\y=\frac{9}{2}\end{cases} \Rightarrow F(+3,\frac{9}{2})$

⑦ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OF}\begin{pmatrix}3\\\frac{9}{2}\end{pmatrix}$; $\det(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{OF}) = 9-9=0$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OF}$ colinéaires

$\Rightarrow$ $(BC)\,//\,(OF)$.