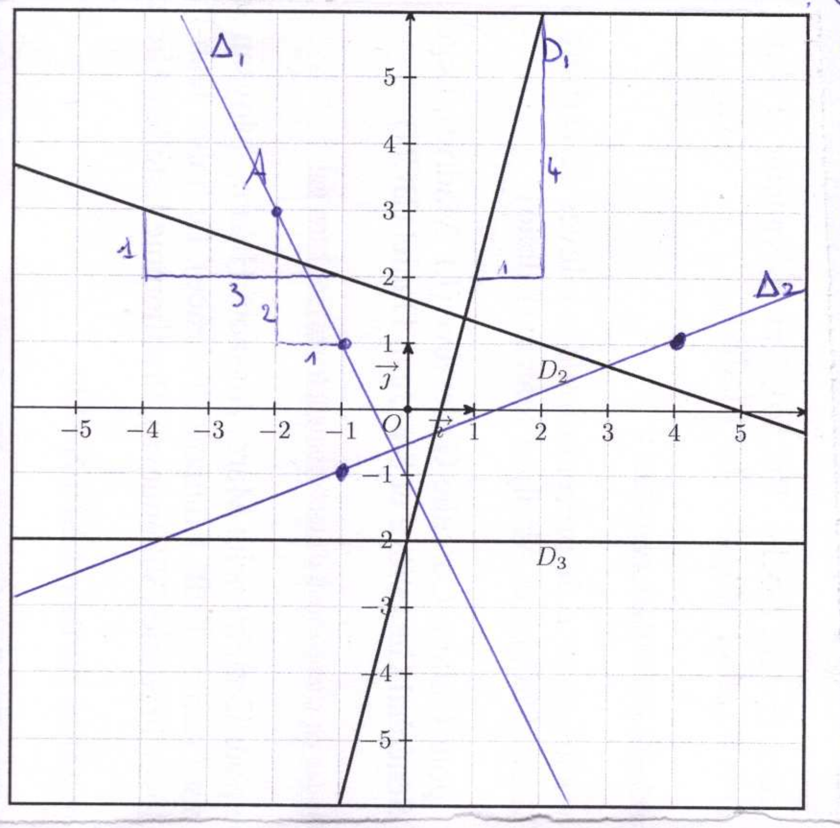
2^3

Devoir N°11 .

10 mars 2009



①

On lit graphiquement

$D_1 : y = 4x - 2$

$D_3 : y = -2$

$D_2 : y = -\frac{1}{3}x + p \; ; \; p \in \mathbb{R}$

et $A(5,0) \in D_2$

d'où $0 = -\frac{1}{3}5 + p \Rightarrow p = \frac{5}{3}$

donc $D_2 : y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

② Pour Δ_2 :

x	-1	4
y	-1	1

pour $x = -1$: $2(-1) - 5y = 3$

$\Leftrightarrow 5y = -5 \Leftrightarrow y = -1$

pour $y = 1$ $2x - 5 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

II ① $(AB) : y = mx + p$

et $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$ d'où $(AB) : y = -\frac{1}{2}x + p$

et $A(2,0) \in (AB) \Rightarrow 0 = -1 + p \Rightarrow p = 1$ d'où $(AB) : y = -\frac{1}{2}x + 1$

$(BC) : y = mx + p$ et $m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6}$ d'où $(BC) : y = -\frac{1}{6}x + p$

et $B(-4,3) \in (BC) \Rightarrow 3 = +\frac{4}{6} + p \Rightarrow p = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow (BC) : y = -\frac{1}{6}x + \frac{7}{3}$

$(AC) : y = mx + p$ et $m = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{1}{6}$ d'où $(AC) : y = \frac{1}{6}x + p$

et $A(2,0) \in (AC) \Rightarrow 0 = \frac{2}{6} + p \Rightarrow p = -\frac{1}{3} \Rightarrow (AC) : y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$

② $d \parallel (BC) \Rightarrow d : y = -\frac{1}{6}x + p$ et $A(2,0) \in d \Rightarrow 0 = -\frac{2}{6} + p$

(m̂ coeff. dir.)

$\Rightarrow p = \frac{1}{3}$

d'où $d : y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$

③ $M \in d' \Leftrightarrow \vec{AC} \perp \vec{BM}$ $\quad \vec{AC}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$ $\vec{BM}\begin{pmatrix}x+4\\y-3\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow 6(x+4) + y - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 6x + y + 21 = 0$ d'où $d' : 6x + y - 21 = 0$

III Soit x le prix d'un café, y celui d'un coca.

On a $\begin{cases} 2x+4y=13 \\ 3x+2y=9{,}5 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x+4y=13 \\ -8y=-20 \end{cases}$ $2\ell_2-3\ell_1$

$\iff \begin{cases} y=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}=2{,}5 \\ x=\frac{13-4\times 5/2}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5 \end{cases}$

Un coca coute 2,5 € et un café coute 1,5 €

IV

1) $S_1 \iff \begin{cases} 3X+4Y=17 \\ 2X+3Y=12 \end{cases}$; $\det S_1 = 9-8=1 \neq 0 \Rightarrow$ il existe une solut° unique.

$\iff \begin{cases} 3X+4Y=17 \\ Y=2 \quad (3\ell_2-2\ell_1) \end{cases} \iff \begin{cases} Y=2 \\ X=\frac{17-4\times 2}{3}=3 \end{cases}$

Les solutions de S_1 sont $S=\{(3,2)\}$.

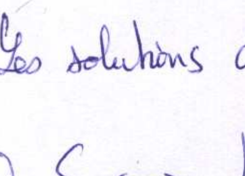
2) $S_2 \iff \begin{cases} 3x^2+\frac{4}{|y|}=17 \\ 2x^2+\frac{3}{|y|}=12 \end{cases} \iff \begin{cases} X=x^2;\ Y=\frac{1}{|y|} \\ 3X+4Y=17 \\ 2X+3Y=12 \end{cases} \iff \begin{cases} X=x^2;\ Y=\frac{1}{|y|} \\ (X,Y) \text{ solut° de } S_1 \end{cases}$

$\iff x^2=3$ et $\frac{1}{|y|}=2$

$\iff x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$; $|y|=\frac{1}{2}$ $\iff x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$; $y=-\frac{1}{2}$ ou $y=+\frac{1}{2}$

d'où les solutions de S_2 sont $S=\{(\sqrt{3};\frac{1}{2});(\sqrt{3};-\frac{1}{2});(-\sqrt{3};\frac{1}{2});(-\sqrt{3};-\frac{1}{2})\}$

V



On a le système suivant : $(S)\begin{cases} xy=12 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

$(S) \iff \begin{cases} x^2+y^2+2xy=49 \\ x^2+y^2-2xy=1 \end{cases} \iff \begin{cases} (x+y)^2=49 \\ (x-y)^2=1 \end{cases} \iff \begin{cases} |x+y|=7 \\ |x-y|=1 \end{cases}$

x et y étant des longueurs : $|x+y|=x+y$ d'où
si $x>y$: $|x-y|=x-y$ et
$S \iff \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=1 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x=8 \\ 2y=6 \end{cases} \iff \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$

si $x\leq y$; $|x-y|=y-x$ et
$S \iff \begin{cases} x+y=7 \\ -x+y=1 \end{cases} \iff \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

Finalement la dimension du terrain est 4 km de longueur et 3 km de largeur.