Devoir N° 13

(I) ① $g(x) = 4x+2$ est une $f^{ \circ}$ affine dont la représentation est une droite

② $f(x) = 4x^2+4x+1$

Soient $a, b \in]-\infty ; -\frac{1}{2}[$; avec $a<b$.

$f(b) - f(a) = 4a^2+4a+1 - 4b^2 - 4b - 1$

$= 4(a^2-b^2) + 4(a-b)$

$= 4(a-b)(a+b) + 4(a-b) = 4(a-b)(a+b+1)$

. $a-b<0$ car $a<b$

. $\left.\begin{array}{l} a<-\frac{1}{2} \\ b<-\frac{1}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow a+b<-1 \Rightarrow a+b+1<0$ donc par produit $f(b)-f(a)>0$

donc $f(b)>f(a)$ d'où f est décroissante sur $]-\infty, -\frac{1}{2}[$.

③ f croissante sur $[-\frac{1}{2} ; +\infty[$ d'où le tableau de variations de f :

x		$-1/2$	
$f(x)$	↘	0	↗

$f(-\frac{1}{2}) = 1 - \frac{4}{2} + 1 = 0$

⑤ La posit° relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ est donnée par le signe de $h(x) = f(x) - g(x)$

$h(x) = f(x) - g(x)$

$= 4x^2+4x+1 - (4x+2)$

$= 4x^2 - 1$

$= (2x+1)(2x-1)$ on a le tableau de signes suivant :

x		$-1/2$		$1/2$	
$2x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$2x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$h(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

donc $\mathcal{C}_f$ au dessus de $\mathcal{C}_g$ sur $]-\infty ; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[$

$\mathcal{C}_f$ en dessous de $\mathcal{C}_g$ sur $[-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}]$

(II) $\forall x \in \mathbb{R}$, $(x-\frac{3}{2})^2 - \frac{17}{4} = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{17}{4}$

$= x^2 - 3x - 2$ donc l'égalité est démontrée.

② le rectangle a pour longueur $x+1$ et largeur x. On a donc $\mathcal{A}(x) = x(x+1)$ et $\mathcal{P}(x) = 2(x+$
$= 4x+$

On a alors $\mathcal{A}(x) > \mathcal{P}(x)$

$\Leftrightarrow x(x+1) > 4x+2 \Leftrightarrow x^2+x > 4x+2$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow (x-\frac{3}{2})^2 - \frac{17}{4} > 0$

$\Leftrightarrow (x - \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2})(x - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}) > 0$

Tableau de signes

x		$(3-\sqrt{17})/2$		$(3+\sqrt{17})/2$	
$x - \frac{3+\sqrt{17}}{2}$	$-$		$-$	0	$+$
$x - \frac{3-\sqrt{17}}{2}$	$-$	0	$+$		$+$
Produit	$+$	0	$-$	0	$+$

Finalement $S =]-\infty, \frac{3-\sqrt{17}}{2}[\cup]\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty[$

mais $x>0$ donc les solutions sont

$]\frac{3+\sqrt{17}}{2} ; +\infty[$