Exo suites :

(u_n) est une suite dÃ©finie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$, $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{u_n + 1}$.
On admet que pour tout n, $u_n \neq 0$.

1. (v_n) est une suite dÃ©finie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{1}{u_n}$
   (a) Calculer v_0
   (b) DÃ©montrer que pour tout $n \geq 1$, $v_{n+1} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}v_n$.
2. (w_n) est une suite dÃ©finie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = v_n - 1$
   (a) Calculer w_0
   (b) DÃ©montrer que pour tout $n \geq 1$, $w_{n+1} = \dfrac{1}{2}w_n$.
3. **on peut peut-Ãªtre ajouter** Etudier la monotonie des suites (w_n), (v_n) et (u_n).
4. Etudier la convergence des suites (w_n), (v_n) et (u_n).

Exo trigo :

On dÃ©signe par (E) l'Ã©quation : $cos(4x) = sinx$.

1. RÃ©soudre cette Ã©quation dans l'intervalle $\Big[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\Big]$. (On pourra pour cela transformer $sinx$ en cos). ReprÃ©senter les solutions trouvÃ©es sur le cercle trigonomÃ©trique. (on pourra s'aider d'un rapporteur).
2. Justifier les Ã©galitÃ©s suivantes :
   (a) $cos(4x) = 1 - 2sin^2(2x)$
   (b) $cos(4x) = 8sin^4x - 8sin^2x + 1$ (on pourra s'aider de l'Ã©galitÃ© prÃ©cÃ©dente.)
3. En dÃ©duire que l'Ã©quation (E) est Ã©quivalente Ã :

$$\begin{cases} X = sinx & (1) \\ 8X^4 - 8X^2 - X + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

4. VÃ©rifier que 1 et $-\dfrac{1}{2}$ sont solutions de l'Ã©quation (2) du systÃ¨me ; dÃ©terminer alors les coefficients a, b et c tels que :

$$8X^4 - 8X^2 - X + 1 = (X-1)(2X+1)(aX^2 + bX + c),$$

   puis calculer les autres solutions.
5. En dÃ©duire la valeur exacte de $sin\dfrac{\pi}{10}$ et de $sin\Big(-\dfrac{3\pi}{10}\Big)$.