

Devoir de Mathématiques N°5 (1 heure)

Exercice 1 _____ (7 points)

On définit une fonction f par

$$f(x) = \frac{1 + 3x}{(x - 2)^2(1 - x)}$$

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f ainsi qu'une interprétation graphique.

Exercice 2 _____ (3 points)

Question de cours : On connaît la définition du nombre dérivé à l'aide du taux d'accroissement.

Montrer que la dérivée de la fonction carré $f : x \mapsto x^2$ est la fonction $x \mapsto 2x$.

Exercice 3 _____ (6 points)

En justifiant de la dérivabilité des fonctions données sur leur domaine de dérivation, calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1. $f(x) = 4x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4$
2. $g(x) = \frac{x+1}{x^2-7}$
3. $h(x) = \sqrt{8x+4}$
4. $q(x) = (x^2 - 3)(6 - 3x)$
5. $v(x) = (x^2 - 3)^4$

Exercice 4 _____ (4 points)

Soit f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{x}{2}.$$

On note \mathcal{C} la représentation graphique de f dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$ repère orthonormé (voir graphique ci-joint).

1. Déterminer l'équation de la droite \mathcal{D} tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 2. Tracer là sur le graphique.
2. \mathcal{C} semble admettre une tangente parallèle à \mathcal{D} . Montrer que cela est vrai et déterminer le point de contact de cette nouvelle tangente \mathcal{D}' ainsi que son équation.
3. (**hors barème**) Etudier la fonction f et dresser son tableau de variations.

