# Devoir de Mathématiques $N^o$ 13

**Exercice 1** ( 7 points )

Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = -\frac{2}{3}u_n + 5$.

1. (a) Sur le graphique ci-joint, représenter la fonction affine $x \mapsto -\frac{2}{3}x + 5$ puis les 5 premiers termes de la suite $(u_n)$ sur l'axe des abscisses.

   (b) Quelle conjecture peut-on faire sur $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ ?

2. On définit pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ la suite $(v_n)$ par $v_n = u_n - 3$.

   (a) Montrer que $v_n$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.

   (b) Exprimer $v_n$ en fonction de $n$.

   (c) Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ et déterminer $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

**Exercice 2** ( 6 points )

1. On donne pour $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \cdots + \frac{1}{7^n}$.

   (a) Exprimer $v_n$ en fonction de $n$.

   (b) En déduire si la suite $(v_n)$ est convergente ; précisez sa limite éventuelle.

2. Soit $a_n = \frac{1+2^n}{3^n}$. La suite $(a_n)$ est-elle convergente ? préciser sa limite éventuelle.

3. Pour $n \in \mathbb{N}^\star$, on donne $b_n = \frac{3-\sin n^2}{n}$. La suite $(b_n)$ est-elle convergente ? préciser sa limite éventuelle.

**Exercice 3** ( 2 points )

La suite $(u_n)$ définie de manière explicite pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \frac{2^{4n+3}}{3^n}$ est-elle géométrique ? Si oui, précisez sa raison et son premier terme.

**Exercice 4** ( 5 points )

Etudier la monotonie des suites suivantes

1. $\begin{cases} u_0 = -3; \\ u_{n+1} = u_n - u_n^2; \end{cases}$

2. $v_n = n^2 + \cos(n\pi)\,;\quad n \in \mathbb{N}^\star$. *(Ind : minorer $v_{n+1} - v_n$).*

**Annexe :**