

Devoir de Mathématiques N°6 (1 heure)

Exercice 1 _____ (7 points)Soit f définie par

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+3x+3}$$

On note \mathcal{C} la représentation graphique de f dans un repère orthonormé d'unité 3 cm.

1. Déterminer le domaine de définition D de la fonction f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de f en $+\infty$ et $-\infty$. Donner alors une interprétation graphique de ces limites.
3. Déterminer la fonction dérivée f' de f , étudier son signe et dresser le tableau de variations de f .
4. Représenter \mathcal{C} .

Exercice 2 _____ (4 points)On donne $A(x) = \frac{3-4x}{2x^2-9x+10}$ et $B(x) = \sqrt{x^2+1} - x$. Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} A(x)$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} B(x)$

Exercice 3 _____ (9 points)Soit f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 4}{1 + x^2}$$

On note \mathcal{C} la représentation graphique de f dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$ repère orthonormé.

1. Etudier la parité de f .
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Justifier de la dérivabilité de f sur \mathbb{R} puis calculer la fonction dérivée de f . On montrera en particulier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)(1+x)(x^2+3)}{(1+x^2)^2}$$

4. Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f .
5. Etudier les limites en $+\infty$ de $f(x) - x^2$. Pouvez-vous en donner une interprétation géométrique ?
6. Tracer sommairement la représentation graphique de f .