Devoir de Mathématiques N^o 11 (1 heure)

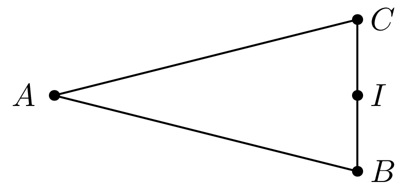
Exercice 1 (3 points)

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soit $A(2;1), B(-1;4); C(-3;-2)$.

1. Calculer les coordonnées du centre de gravité de G du triangle ABC.
2. Calculer les coordonnées de G' barycentre de $\{(A,-2);(B,3);(C,1)\}$.
3. Les points O, G,G' sont-ils alignés ?

Exercice 2 (7 points)

Dans le plan affine, on considère ABC un triangle isocèle en A. On note I le milieu de $[BC]$.



1. Déterminer et tracer l'ensemble Γ_1 des points M du plan tels que

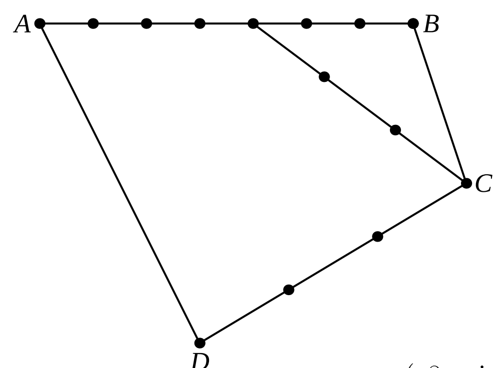
$$||2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|| = ||2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}||$$

2. Déterminer et tracer l'ensemble Γ_2 des points M du plan tels que

$$||2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|| = ||\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$$

Exercice 3 (2 points)

On donne un quadrilatère $ABCD$. Les points sur les segments des cotés sont réguliers. A l'aide de la règle, construire (en laissant apparaitre les traits de construction) le barycentre G du système $\{(A,3);(B,4);(C,14);(D,7)\}$. On ne demande aucune justification.



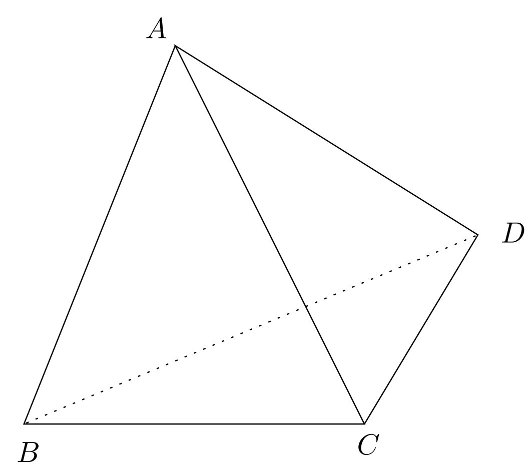
Exercice 4 (8 points)

On considère le tétraèdre ABCD ci-contre. on note I milieu du segment [AB] et J celui de [CD].

1. (a) Soit G_1 le barycentre du système de points pondérés $\{(A,\ 1)\ ;\ (B,\ 1)\ ;\ (C,\ -1)\ ;\ (D,\ 1)\}$.
   Exprimez $\overrightarrow{IG_1}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$. Placez I, J et G_1 sur la figure.

   (b) Soit G_2 le barycentre du système de points pondérés $\{(A,\ 1)\ ;\ (B,\ 1)\ ;\ (D,\ 2)\}$.
   Démontrez que G_2 est le milieu du segment [ID]. Placez G_2.

   (c) Démontrez que IG_1DJ est un parallélogramme.
   En déduire la position de G_2 par rapport aux points G_1 et J.



2. Soit m un réel. On note G_m le barycentre du système de points pondérés $\{(A,\ 1)\ ;\ (B,\ 1)\ ;\ (C,\ m-2)\ ;\ (D,\ m)\}$.

   (a) Précisez l'ensemble $\mathcal{E}$ des valeurs de m pour lesquelles le barycentre G_m existe.
   Dans les questions qui suivent, on suppose que le réel m appartient à l'ensemble $\mathcal{E}$.

   (b) Démontrez que G_m, appartient au plan (ICD).

   (c) Démontrez que le vecteur $m\overrightarrow{JG_m}$ est constant.

   (d) En déduire l'ensemble $\mathcal{F}$ des points G_m lorsque m décrit l'ensemble $\mathcal{E}$.