

Devoir de Mathématiques N°4 (1 heure)

Exercice 1 _____ (2 points)

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction suivante :

$$f(x) = \sqrt{\frac{9x-3}{(5x+2)} - 1}$$

Exercice 2 _____ (2 points)

Etudier la parité des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

2. $g(x) = \sqrt{x^2+1}$ sur \mathbb{R} .

3. $h(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ sur $] -\pi; \pi[\setminus \{0\}$.

4. $v(x) = x\sqrt{x}$ sur \mathbb{R}_+ .

Exercice 3 _____ (3,5 points)

Soit $f(x) = \frac{x^2-9}{|x|-3}$

1. Quel est le domaine de définition D de f ?
2. Etudier la parité de f .
3. Pour $x > 0$, écrire f sans l'aide de la valeur absolue.
4. En déduire les variations de f sur D puis construire la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

Exercice 4 _____ (5 points)

Soient $f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x - 2$ définie sur \mathbb{R} et

$g(x) = \frac{3x^2-8x-1}{x^2-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

1. Déterminer les limites en $+\infty$, et $-\infty$ des fonctions f et g .
2. Déterminer les limites en 1 et -1 de g .
3. Les courbes représentatives de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g admettent-elles des asymptotes ? Si oui, préciser lesquelles.

Exercice 5 _____ (3 points)

Soit f définie par $f(x) = \frac{x^2-4x+1}{x-3}$ sur $D =]3; +\infty[$.

1. Déterminer la limite de f en 3.
2. Déterminer 3 réels a, b, c tels que pour tout $x \in D$ on ait

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$$

3. Déduire des questions précédentes les asymptotes à la courbe représentative de f .

Exercice 6 _____ (4,5 points)

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 2x + 4$, et $g(x) = -2x + 4$. Soit \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les représentations graphiques de f et g dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ci-joint.

1. Dresser le tableau de variation de f .
2. Etudier la position relative de f et g .
3. Représenter \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
4. Représenter sur le repère l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que

$$\begin{cases} y \geq -2x + 4 \\ y < -x^2 + 2x + 4 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

