DS2 - 13 dec 2013 - TES spé.

I 1 a) L'ordre du graphe est le nombre de sommets : 9.

b) Il existe une chaine reliant chaque couple de sommets donc le graphe est connexe.

c) Le graphe n'est pas complet car il faudrait que tous les sommets aient pour degré 8.

2

Sommet	B	R	C	L	V	M	P	T	Z
Degré	3	3	3	2	3	2	4	4	2

Le graphe étant connexe, on peut appliquer le th d'Euler. Ici il y a au moins 3 sommets avec un degré impair donc il n'y a ni chaîne, ni cycle Eulerien.

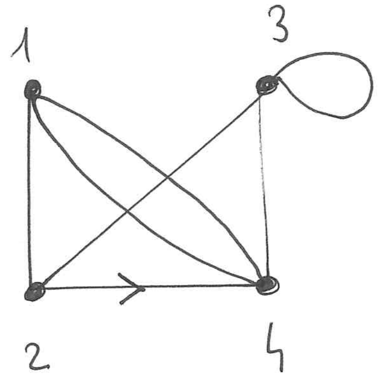
3 a) $N^4 = N \times N^3$

le coeff de $3^{\text{ème}}$ ligne et $9^{\text{ème}}$ col vaut

$$a_{39} = 0\times5 + 1\times3 + 0\times0 + 0\times1 + 0\times1 + 0\times2 + 0\times6 + 1\times1 + 0\times2 = 4$$

b) Le coefficient de N^4 signifie qu'il y a 4 chemins de longueur 4 entre Lyon et Biarritz.

II



III ①

Sommets	A	B	C	D	E	F	G
degré	2	4	4	5	4	4	3

Le graphe est connexe et 2 sommets (exactement) sont d'ordre pair donc il existe une chaine Eulerienne entre ces 2 sommets (D et G).

l'algorithme d'Euler:

Chaîne en cours	cycle à rajouter
D-G	
D-E-B-A-C-F-D	D-E-B-A-C-F-D-G
DB-C-D	D-B-C-D-E-B-A-C-F-D-G
G-E-F-G	D-B-G-D-E-B-A-CF-D-G-E-F-G

La chaîne Eulerienne trouvée est D-B-G-D-E-B-A-CF-D-G-E-F-G.

② Il n'y a pas de cycle Eulerien car tous les sommets ne sont pas de degré pair

③ On a

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

④ A la calculatrice nous avons

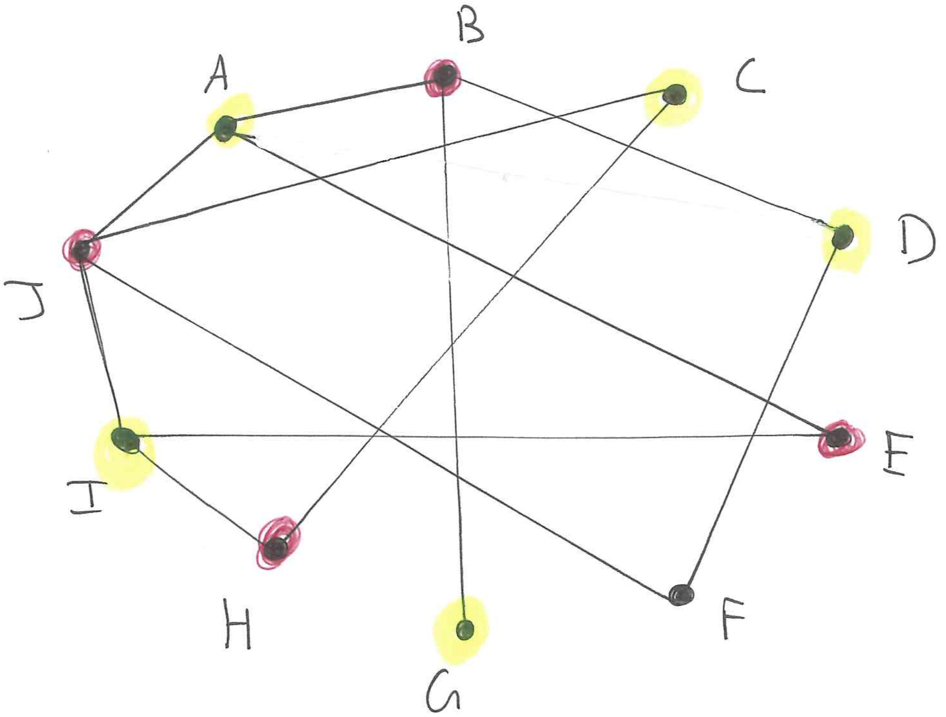
$$M^9 = \left(\begin{array}{l} 7784 \; \text{------} \\ \text{--------} \\ \text{--------} \\ \text{--------} \\ 16756 \;\; 32918 \;\; 32662 \;\; 42666 \;\; 35870 \end{array} \right.$$

ligne de E →

le nombre de chemins partant de E est de longueur 9 est la somme des coeffs de la ligne E :

16756 + 32918 + 32662 + 42666 + 35870 + 36126 + 29331 = 226329 chemins.

Ex 4



On peut décomposer en 3 sous-graphes stables :
on a donc 3 enclos

{A ; C ; D ; G ; I} puis {J, B, E, H} et {F}.