

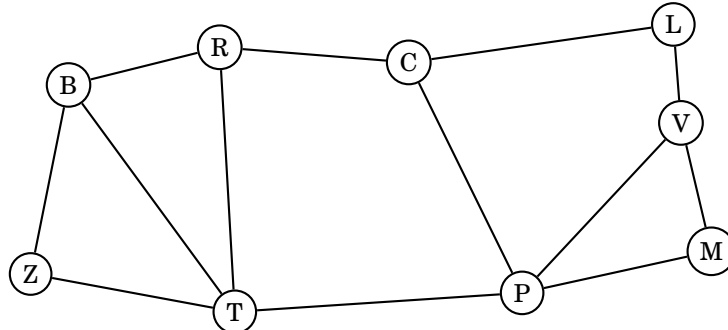
# DEVOIR SURVEILLÉ DE MATHÉMATIQUES N°2

le 13 décembre 2013 - 1h30

Spé TES

**Exercice 1 :** (7 points)

Le graphe ci-dessous représente les autoroutes entre les principales villes du Sud de la France : Bordeaux (B), Clermont-Ferrand (C), Lyon (L), Marseille (M), Montpellier (P), Brive (R), Toulouse (T), Valence (V) et Biarritz (Z).



Pour cette question, on justifiera chaque réponse.

1.
  - a. Déterminer l'ordre du graphe.
  - b. Déterminer si le graphe est connexe.
  - c. Déterminer si le graphe est complet.
2. Un touriste atterrit à l'aéroport de Lyon et loue une voiture. Déterminer, en justifiant, s'il pourra visiter toutes les villes en empruntant une et une seule fois chaque autoroute.
3. Il décide finalement d'aller seulement de Lyon à Biarritz. On note  $N$  la matrice associée au graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique : B, C, L, M, P, R, T, V, Z.

Voici les matrices  $N$  et  $N^3$  :

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N^3 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 & 3 & 6 & 6 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 5 & 2 & 8 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 & 2 & 1 & 0 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 5 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 5 & 2 & 1 & 8 & 7 & 1 \\ 6 & 6 & 0 & 2 & 1 & 2 & 8 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 3 & 1 & 8 & 8 & 4 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 5 & 4 & 7 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & 1 & 1 & 2 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a. En détaillant le calcul, déterminer le coefficient de la troisième ligne et dernière colonne de la matrice  $N^4$ .
- b. En donner une interprétation.

**Exercice 2 :** (3 points)

La matrice  $M$  ci-dessous est la matrice d'adjacence d'un graphe  $G$  :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1  
●

3  
●

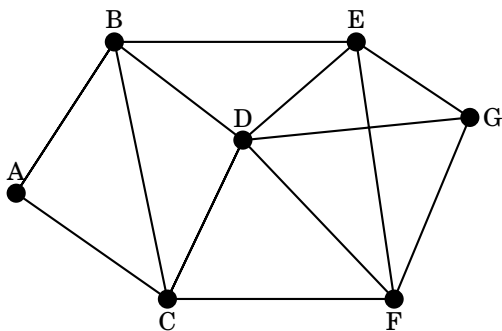
Compléter le graphe  $G$  ci-contre. (Les sommets seront pris dans l'ordre.)

2  
●

4  
●

**Exercice 3 :** (5 points)

On considère le graphe  $\Gamma$  ci-dessous :



1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier la réponse. Si oui donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? Justifier la réponse. Si oui donner un tel cycle.
3. Donner la matrice  $M$  associée au graphe  $\Gamma$ . Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : A, B, C, D, E, F, G.
4. Combien y a-t-il de chemins de longueurs 9 partant de E ?

**Exercice 4 :** (5 points)

Le directeur d'un petit zoo veut réorganiser l'habitat de telle sorte que les animaux cohabitent dans des enclos plus vastes.

Malheureusement, il n'est pas possible de laisser tous les animaux ensemble dans un seul enclos, car certains sont les prédateurs des autres !

Le tableau ci-dessous indique, parmi dix animaux que possède le zoo, lesquels sont les prédateurs ou les proies des autres.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>
<i>a</i>		♠			♠					♠
<i>b</i>	♠			♠			♠			
<i>c</i>								♠		♠
<i>d</i>		♠				♠				
<i>e</i>	♠								♠	
<i>f</i>				♠						♠
<i>g</i>		♠								
<i>h</i>			♠						♠	
<i>i</i>					♠			♠		♠
<i>j</i>	♠		♠			♠			♠	

Combien d'enclos le directeur du zoo doit-il prévoir ? (Justifier votre réponse avec une rédaction de qualité !)