

Devoir de Mathématiques N° 8 (1h) : Fonctions et équations

I (2 points) f désigne une fonction.

1. On a $f(-1) = 4$

a) Traduire l'égalité ci-dessus par une phrase où intervient le mot « image ».

4 est l'image de -1

b) Traduire l'égalité ci-dessus par une phrase où intervient le mot « antécédent ».

-1 est un antécédent de 4

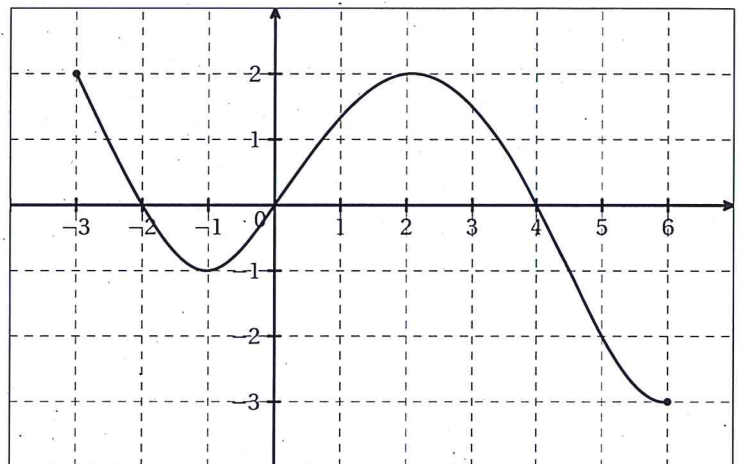
2. Traduire chaque phrase par une égalité.

a) 3 a pour image 5 par la fonction f *$f(3) = 5$*

b) -3 a pour antécédent 2 par la fonction f *$f(2) = -3$*

II (5 points)

Voici la représentation graphique d'une fonction f . Compléter :



1. a) $f(-3) = 2$

b) $f(-2) = 0$

c) $f(4) = 0$

d) $f(6) = -3$

2. Les antécédents éventuels de 0 par f sont :

-2, 0, 4

3. Les antécédents éventuels de -4 par f sont :

I don't know

4. Résoudre $f(x) = 3$.

S = ∅

III (5 points)

On considère le programme de calcul ci-contre dans lequel x , Étape 1, Étape 2 et Résultat sont quatre variables.

1. a) Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20 ».

b) Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?

2. Julie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ». Quel nombre Julie a-t-elle choisi au départ ?

3. Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme, puis réduire cette expression autant que possible.

4. Maxime utilise le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 2
- Multiplier le résultat par 5

Créer une variable

- Etape 1
- Etape 2
- Résultat
- x

quand est cliqué

demander Choisis un nombre. et attendre

mettre x à réponse

dire Je multiplie le nombre par 6. pendant 2 secondes

mettre Etape 1 à $6 * x$

dire J'ajoute 10 au résultat. pendant 2 secondes

mettre Etape 2 à Etape 1 + 10

dire Je divise le résultat par 2. pendant 2 secondes

mettre Résultat à Etape 2 / 2

dire regroupe J'obtiens finalement Résultat

Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Maxime est le même que celui obtenu par Julie ?

DS8 - 3^{ème} S



1) a

réponse = 5

$$\text{étape 1} = 6 \times 5 = 30$$

$$\text{étape 2} = \text{étape 1} + 10 = 30 + 10 = 40$$

$$\text{résultat} = \text{étape 2} / 2 = 40 / 2 = 20.$$

Donc on obtient bien 20 comme résultat.

1b) Si on peut avec 7 alors on a $\text{ét1} : 7 \times 6 = 42$
 $\text{ét2} : 42 + 10 = 52$

et donc le résultat est $52 / 2 = 26$.

2) Si Julie entre une valeur x quelconque, le résultat est alors donné en fonction de x :

$$x \rightsquigarrow 6x \rightsquigarrow 6x + 10 \rightsquigarrow \frac{6x + 10}{2}$$

donc le résultat final est $f(x) = \frac{6x + 10}{2}$.

On veut que le programme donne 8; $f(x) = 8$ donc $\frac{6x + 10}{2} = 8$

donc $6x + 10 = 16$ alors $6x = 6$ et donc $x = 1$

Pour avoir 8, le nombre de dépôt est 1.

3) D'après 2), le résultat obtenu est $f(x) = \frac{6x + 10}{2}$
 $= \frac{6x}{2} + \frac{10}{2} = 3x + 5.$

4) le programme de Max renvoie le résultat suivant:

$$m(x) = (x + 2) \times 5$$

on veut $m(x) = f(x)$ donc $5(x + 2) = 3x + 5$

$$\text{donc } 5x + 10 = 3x + 5$$

$$\text{donc } 2x = -5 \text{ alors } x = -5/2$$

Avec $x = -5/2$, Max et Julie ont le même résultat.

④ ① $g(x) = 4x^2 - 2x + 1$

$g(0) = 1$

② $g(-1) = 4 + 2 + 1 = 7$

$$\begin{aligned} g\left(\frac{1}{2}\right) &= 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 \\ &= \frac{4}{4} - 1 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

③ $g(2) = 4 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 13 \neq 3$ donc $A(2, 3) \notin C_g$

④ $g(x) = 1$

ssi $4x^2 - 2x + 1 = 1$

$$4x^2 - 2x = 0$$

$$x(4x - 2) = 0 \quad \text{donc } x = 0 \text{ ou } 4x - 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Les antécédents de 1 sont 0 et $\frac{1}{2}$

⑤ $g(x) = 0$

$$4x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = 0$$

$$\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \text{ et ceci est impossible car un carré ne peut être négatif}$$

Trop dur - hors programme

IP n'y a pas d'antécédent.

$$\textcircled{1} \quad (5x+1)(5+x)=0$$

$5x+1=0$ ou $5+x=0$ selon la règle du produit nul.

$$x = -\frac{1}{5} \text{ ou } x = -5$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{5}, -5 \right\}$$

$$\textcircled{2} \quad (x+1)(2-x) - (x+1)(2x+5) = 0$$

$$(x+1)[2-x - (2x+5)] = 0$$

$$(x+1)(-3x-3) = 0$$

$$x+1=0 \text{ ou } -3x-3=0$$

$$x=-1 \text{ ou } -3x=3$$

$$x=-1 \text{ ou } x=-1$$

$$S = \{-1\}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3x+2}{4x-5} = \frac{5}{4}$$

$$(3x+2)4 = 5(4x-5)$$

$$12x+8 = 20x-25$$

$$-8x = -33$$

$$x = \frac{33}{8}$$

$$S = \left\{ \frac{33}{8} \right\}$$