

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHÉMATIQUES

SÉRIE COLLÈGE

Durée de l'épreuve : 2 heures

*Ce sujet comporte 6 pages (y compris celle-ci) numérotées de 1 à 6
Le candidat doit traiter l'ensemble des exercices.*

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (*circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999*).
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Exercice 1

19 points

1. On considère le programme de calcul ci-dessous :

- On pense à un nombre
- On calcule le carré de ce nombre
- On ajoute au résultat le double du nombre de départ
- On ajoute 1 au résultat précédent.

- a) Quel nombre obtient-on si le nombre de départ est 2 ?
- b) Quel nombre obtient-on si le nombre de départ est 3 ?
- c) Quel nombre obtient-on si le nombre de départ est 5 ?
- d) Quelle conjecture peut-on faire sur le résultat obtenu ?
- e) Démontrer cette conjecture.

2. On pose

$$A(x) = (7 - 2x)^2 + (3 - 4x)(7 - 2x)$$

- a) Développer et réduire $A(x)$
- b) Factoriser $A(x)$
- c) Résoudre l'équation suivante :

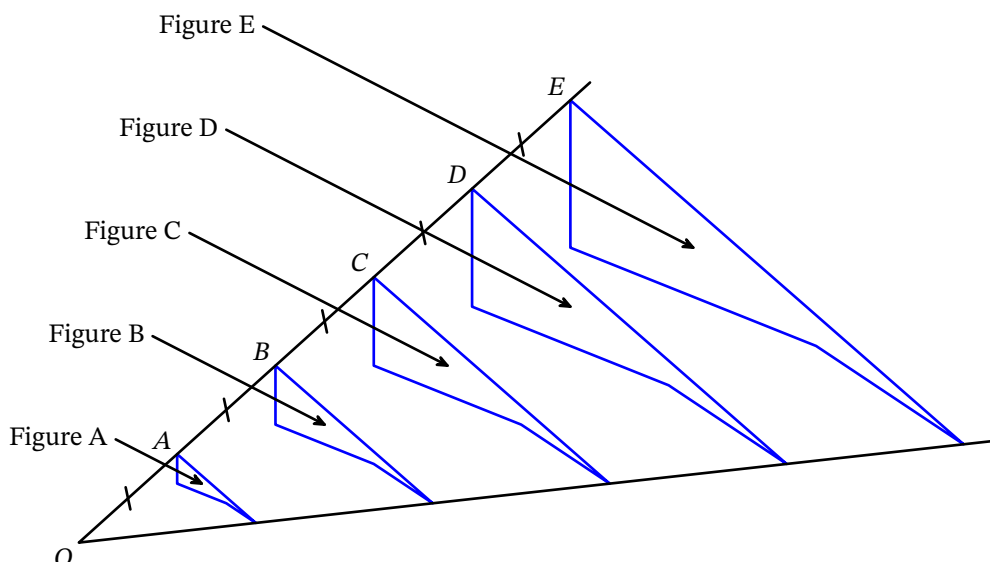
$$(E) : A(x) = 0$$

Exercice 2

19 points

Partie A

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



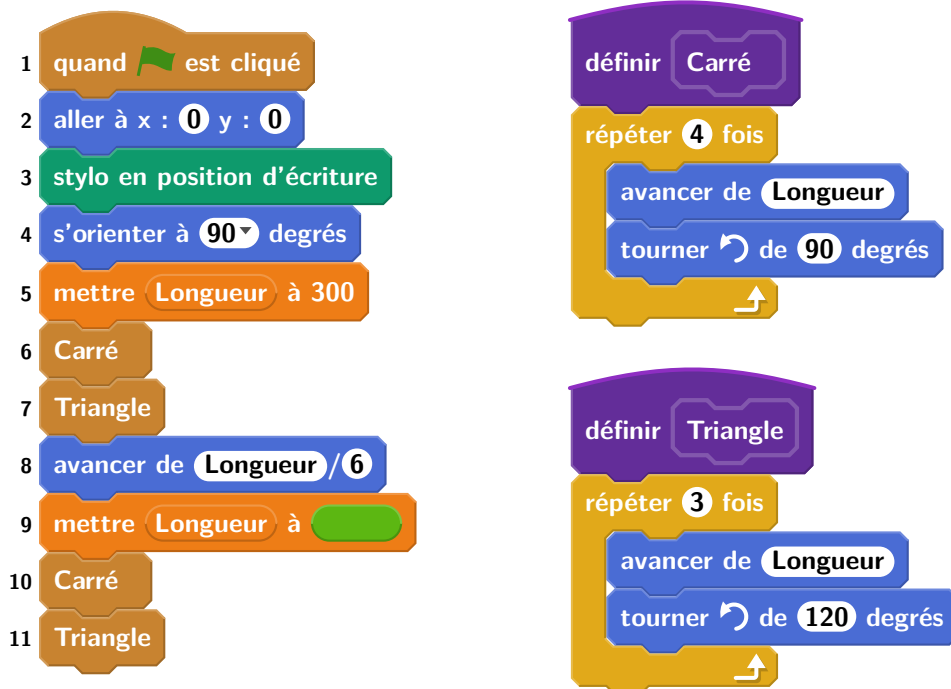
1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ? Aucune justification n'est attendue.
2. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ?
Aucune justification n'est attendue.
3. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A ?

Partie B

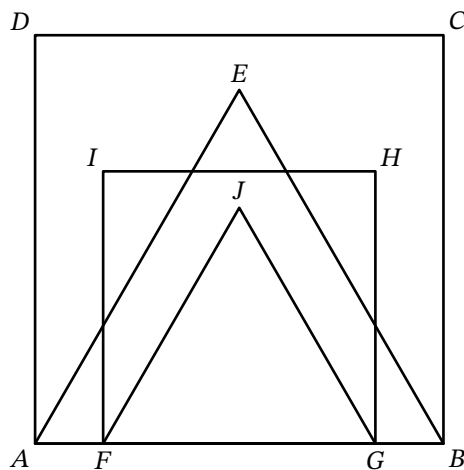
Les longueurs sont en pixels.

L'expression « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :



- On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.
 - Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.
 - Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?
- On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical.



Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.

- Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser les éléments caractéristiques de cette transformation.
 - Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

Exercice 3

18 points

Les 2 parties de cet exercices sont indépendantes.

Partie A - Vrai ou Faux

Pour chacune des affirmations ci-dessous déterminer si elle vraie ou fausse.

Attention : il faut **justifier** toutes les réponses. On cherchera une justification, une preuve lorsque c'est vrai et on donnera un contre-exemple lorsque c'est faux.

1. -2 est solution de l'équation $2x^2 - 3x + 2 = 0$
2. Le reste de la division euclidienne de 180 par 8 est 4.
3. Plus un nombre entier est grand et plus il a de diviseurs.
4. 144 admet exactement 15 diviseurs.
5. Tout nombre divisible par 2 et par 3 est divisible par 5.
6. La somme de deux nombres premiers est un nombre premier.

Partie B - Calculs

1. Décomposer en facteurs premiers les nombres 25 740 et 42 900. Les calculs sont à détailler sur la copie.
2. Utiliser la question précédente pour simplifier au maximum la fraction $\frac{25\,740}{42\,900}$

Exercice 4

16 points

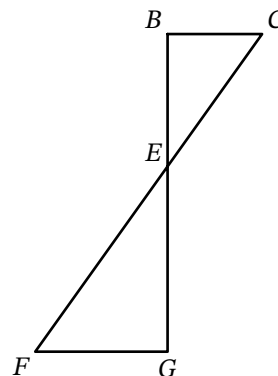
Les deux questions ci-dessous sont indépendantes.

1. On considère la figure ci-contre :

Les droites (CF) et (BG) se coupent en E . Les droites (BC) et (GF) sont parallèles. Les droites (BC) et (EB) sont perpendiculaires.

On donne de plus : $EC = 7$; $EG = 8$; $EB = 6$.

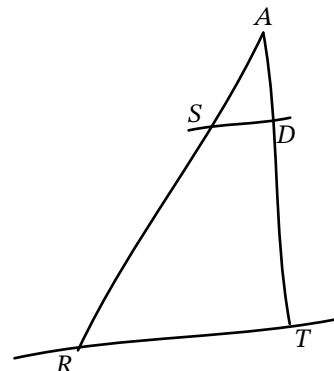
- a) Calculer la valeur exacte de BC .
- b) Calculer la valeur exacte de EF .



2. On considère la figure à main levée ci-contre :

Les points A , D , R , S et T tels que $AD = 3$, $AS = 8$, $AT = 30$, $AR = 80$, $D \in [AT]$, $S \in [AR]$ et A , T et R ne sont pas alignés.

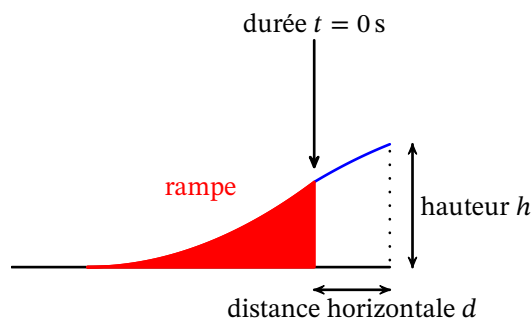
Démontrer que (DS) et (TR) sont parallèles.



Exercice 5

15 points

Lors d'une course en moto-cross, après avoir franchi une rampe représentée ci-dessous, Gaëtan a effectué un saut record en moto.



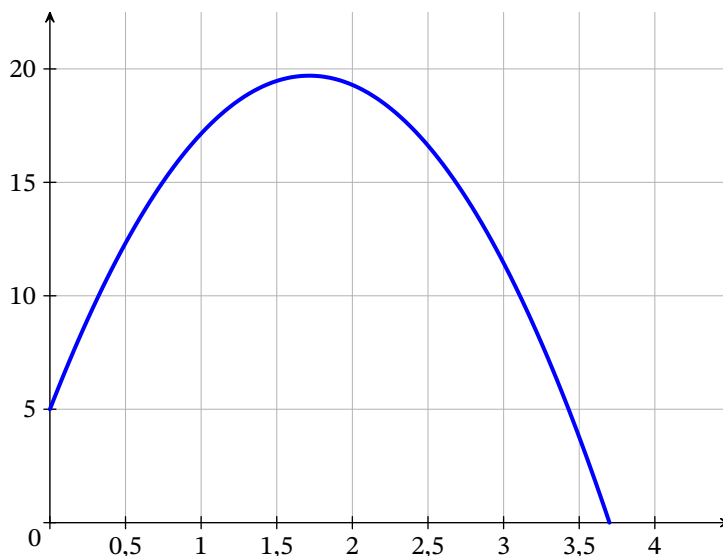
Le saut commence dès que Gaëtan quitte la rampe.

On note t la durée (en secondes) de ce saut.

La hauteur (en mètres) est déterminée en fonction de la durée t par la fonction h suivante :

$$h : t \mapsto (-5t - 1,35)(t - 3,7)$$

Voici la courbe représentative de cette fonction h .

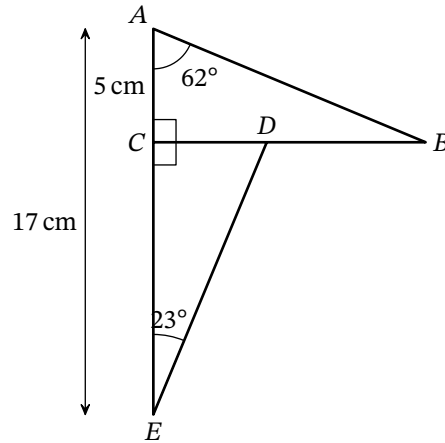


1. Démontrer par le calcul que $h(t) = -5t^2 + 17,15t + 4,995$
2. À quelle hauteur se trouve Gaëtan quand il quitte la rampe, c'est-à-dire à l'instant $t = 0$. Répondre à l'aide d'une égalité ainsi que d'une phrase.
3. a) Déterminer graphiquement une valeur approchée de la durée du saut de Gaëtan.
b) Déterminer la valeur exacte par le calcul.
4. Pendant combien de temps, environ, Gaëtan se trouve-t-il à plus de 15 m de hauteur ?
5. Au bout de combien de temps Gaëtan atteint-il la hauteur maximale de son saut ?

Exercice 6**13 points**

On considère la figure ci-dessous représentant un pendentif qui se compose de deux triangles.
Les triangles ABC et CDE sont rectangles en C .
On donne de plus : $AC = 5 \text{ cm}$; $AE = 17 \text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 62^\circ$ et $\widehat{CED} = 23^\circ$.

Croquis d'un pendentif



Déterminer l'aire du pendentif. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm^2 .