DS 16 - Fonction affines.

I g affine donc $g(x) = ax + b$

avec $a = \dfrac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2}$

$= \dfrac{g(3) - g(-1)}{3 - (-1)} = \dfrac{4 - (-2)}{4} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

Alors $g(x) = \frac{3}{2}x + b$

de plus $g(3) = 4$ donc $4 = \frac{3}{2} \times 3 + b$

donc $b = 4 - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$

donc $\boxed{g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}}$.

II ① Au début le plus fort est le guerrier (50pts) et le moins fort est le mage (0pt)

② Voir feuille

③ Mage : $f(x) = 3x$

Guerrier : $g(x) = 50$

Chasseur : $h(x) = x + 30$.

④ f, g, h sont des fonction affines donc les représentations graphiques sont des droites.

- On a g constante avec $g(x) = 50$.
- f linéaire avec $f(0) = 0$ et $f(10) = 30$.
- h affine avec $h(0) = 0$ et $h(20) = 50$.

⑤ $3x = x + 30$ ssi $2x = 30$ donc $x = \frac{30}{2} = 15$.

Ça veut dire que le mage et le chasseur ont les ~~mêmes~~ même points au niveau 15.

⑥ D'après le graphique, le mage semble être le plus fort des trois joueurs au niveau 17.

⑦ $f(x) > g(x)$ ssi $3x > 50$ donc $x > \underbrace{\frac{50}{3}}_{\approx 16{,}7}$ ($\div 3$ avec $3>0$)

donc à partir du niveau 17 le mage est plus fort que le guerrier.

$f(x) > h(x)$ ssi $3x > x+30$

ssi $2x > 30$ donc $x > 15$

Donc à partir du niveau 15 le mage est plus fort que le chasseur.

En conclusion, le mage est le plus fort à partir du niveau 17.

Ⓥ l'aire $A(x)$ de la surface est l'aire de la partie du haut plus celle du bas.

partie du haut : Aire du demi-disque de rayon 5 − Aire demi-disque rayon $\frac{x}{2}$

$$= \frac{\pi 5^2}{2} - \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \pi \cdot \frac{25}{2} - \pi \frac{x^2}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

partie du bas : demi-disque de rayon $\frac{10-x}{2}$

$$= \pi \cdot \left(\frac{10-x}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \pi \times \frac{(10-x)^2}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \pi \left(100 - 20x + x^2\right) \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

Donc $A(x) = \pi \times \frac{25}{2} - \pi \cdot \frac{x^2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \pi \cdot (100 - 20x + x^2) \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$

$$= \pi \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} - \pi x^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \pi (100 - 20x + x^2) \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \left(100\pi - \pi x^2 + 100\pi - 20\pi x + \pi x^2\right)$$

$= \frac{1}{8} (200\pi - 20\pi x) = 25\pi - \frac{5\pi x}{2}$ affine avec $a = -\frac{5\pi}{2}$, $b = 25\pi$

Devoir de Mathématiques N^o 16 : Fonction affines (1h)

I (3 points)

1. Déterminer la fonction affine g telle que $g(3) = 4$ et $g(-1) = -2$.

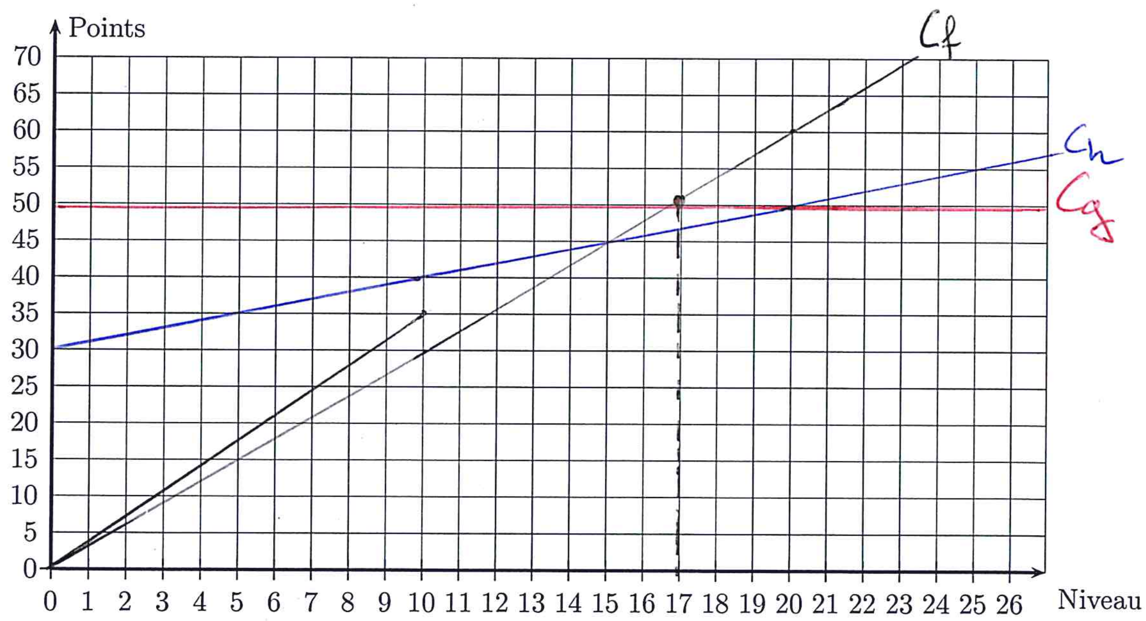
II (8 points)

Dans un jeu vidéo on a le choix entre trois personnages : un guerrier, un mage et un chasseur. Vous justifierez votre réponse.
La force d'un personnage se mesure en points.
Tous les personnages commencent au niveau 0. Cependant ils n'évoluent pas de la même façon.

- Le guerrier commence avec 50 points et ne gagne pas d'autre point au cours du jeu.
- Le mage n'a aucun point au début mais gagne 3 points par niveau.
- Le chasseur commence à 30 points et gagne 1 point par niveau.

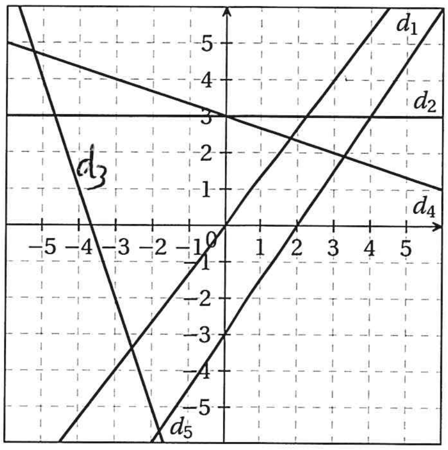
1. Au début du jeu, quel est le personnage le plus fort ? Et quel est le moins fort ?
2. Compléter le tableau ci-dessous.
3. Dans cette question, x désigne le niveau de jeu d'un personnage. On note $f(x)$ le nombre de points du mage au niveau x, de même $g(x)$ le nombre de points du guerrier et $h(x)$ celui du chasseur. Déterminer les expressions de f,g et h.
4. Dans le repère de l'annexe ci-dessous, tracer les représentations graphiques des fonctions f, g et h. Justifier !
5. Résoudre l'équation $3x = x + 30$. Interpréter le résultat.
6. Déterminer à l'aide du graphique, le niveau à partir duquel le mage devient le plus fort. *(laisser les traits apparents sur le graphique).*
7. Retrouver ce résultat par un calcul.

Niveau	5	10	16	25
Points du Guerrier	50	50	50	50
Points du Mage	15	30	48	75
Points du Chasseur	35	40	46	55



III (2,5 points) *Répondre sur l'énoncé*

Déterminer la fonction affine associée à chacune des droites représentées ci-contre.



$f_1(x) = \frac{4}{3}x$

$f_2(x) = 3$

$f_3(x) = -3x - 11$

$f_4(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

$f_5(x) = \frac{3}{2}x - 3$

IV (4 points) *Répondre sur l'énoncé* Les fonctions suivantes peuvent être affine ou non. Dans le cas ou elles sont affines les mettre sous la forme $f(x) = ax + b$ et donner a et b.

$f_1(x) = -3x + 5$ affine avec $a = -3$; $b = 5$

$f_2(x) = (2x - 1)^2 - (2x + 3)^2 = 4x^2 - 4x + 1 - (4x^2 + 12x + 9) = -16x - 8$ affine avec $a = -16$ $b = -8$

$f_3(x) = \frac{4 - 3x}{5} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}x$ affine avec $a = -\frac{3}{5}$, $b = \frac{4}{5}$

$f_4(x) = 3x$ affine avec $a = 3$, $b = 0$

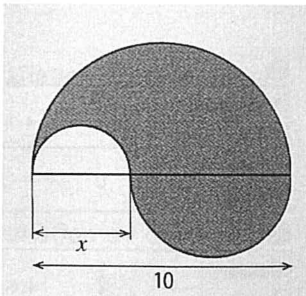
$f_5(x) = 2x^2 - 3$ non affine

$f_6(x) = -2$ affine avec $a = 0$; $b = -2$

$f_7(x) = 1 - x$ affine avec $a = -1$ $b = 1$

$f_8(x) = x^3 - (x^2 - 1)x = x^3 - (x^3 - x) = +x$ affine avec $a = +1$ $b = 0$.

V (3 points)



On note $\mathscr{A}(x)$ l'expression en fonction de x de l'aire de la surface colorée ci-contre.

1. Déterminer $\mathscr{A}(x)$
2. Vérifier après simplification qu'il s'agit d'une fonction affine.