

D⁹ N^o 13

I ① La somme des angles d'un triangle faisant 180° , on déduit

$$\widehat{FDE} = 180 - 47 - 31 = 102^\circ$$

Ainsi ABC et FDE sont semblables car ils ont deux angles deux à deux égaux. ($\widehat{FDE} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{DFE} = \widehat{BAC}$).

② A et F; B et D; C et E homologues ainsi que [AB] et [FD]

[AC] et [FE]

③ ABC et FDE semblables, on a donc [BC] et [DE]

$$k = \frac{FD}{AB} = \frac{FE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad \text{où } k \text{ est le rapport de réduction par passage de ABC à FDE.}$$

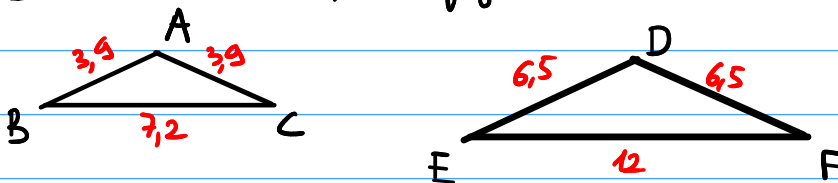
$$\text{Donc } k = \frac{4}{6} = \frac{FE}{8} = \frac{3}{BC}$$

$$\text{on a alors } FE = 8 \times \frac{4}{6} = \frac{16}{3} \quad \text{et} \quad BC \cdot \frac{4}{6} = 3$$

$$\text{donc } BC = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

④ DEF est une réduction de ABC.

II On modélise par la figure suivante:



① On a $\frac{AB}{DE} = \frac{3,9}{6,5} = \frac{39}{65} = \frac{3}{5}$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{3,9}{6,5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{7,2}{12} = \frac{72}{120} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

On déduit donc que ABC est une réduction de DEF de rapport $k = \frac{3}{5}$.
Et que les triangles sont semblables.

② Les triangles étant semblables, les angles ont même mesure.

III

① FMS rectangle en F, donc d'après le théorème de Pythagore:

$$\begin{aligned}MS^2 &= FM^2 + FS^2 \text{ donc } FM^2 = MS^2 - FS^2 \\ &= 1600 - 1025 \\ &= 576 \text{ et donc } FM = \sqrt{576} \\ &= \underline{24 \text{ km.}}\end{aligned}$$

② CMS et CFM ont deux angles deux à deux égaux:

- $\widehat{SCH} = \widehat{HOF}$ (même angle)
- $\widehat{CFM} = \widehat{CMS} = 90^\circ$

Donc CMS et CFM semblables.

③ Par un raisonnement identiques, on a $\widehat{MSC} = \widehat{MSF}$ et $\widehat{MFS} = \widehat{CHS} = 90^\circ$

Donc CHS et MFS semblables.

④ CHS est semblable à CFM et MFS, en conséquence, CHS et MFS semblables et on a

$$k = \frac{CF}{HF} = \frac{CH}{HS} = \frac{FM}{FS}$$

$$\begin{aligned}\text{Donc } \frac{CF}{24} = \frac{CH}{40} = \frac{24}{32} \text{ donc } CH &= 40 \times \frac{24}{32} \\ &= 30 \text{ km}\end{aligned}$$

La distance cherchée est donc de 30 km