

DS2

$$\textcircled{I} \quad N = 2^{25} \times 3^4 \\ = 2^{25} \times 3^8$$

est la décomposition en facteurs premiers de N ,

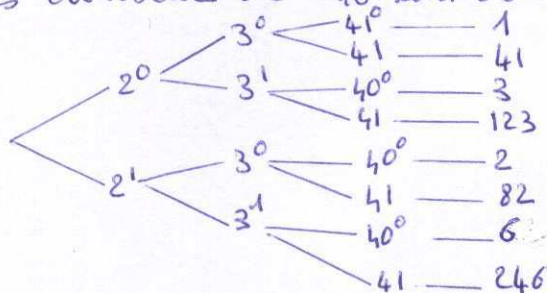
donc par th. les diviseurs positifs de N sont de la forme $d = 2^\alpha \cdot 3^\beta$

$$\text{avec } 0 \leq \alpha \leq 25 \\ \text{et } 0 \leq \beta \leq 8$$

Le nombre de diviseurs possibles est alors $26 \times 9 = 234$

$\textcircled{II} \textcircled{1}$
$$\begin{array}{r|l} 246 & 2 \\ 123 & 3 \\ 41 & 41 \\ 1 & 41 \end{array}$$
 donc $246 = 2 \times 3 \times 41$ est la décomposition de 246 en facteurs premiers

Les diviseurs de 246 sont donnés par l'arbre suivant



donc les diviseurs de 246 sont $D_{246} = \{1, 2, 3, 6, 41, 82, 123, 246\}$

$\textcircled{2}$ Le problème posé équivaut à déterminer $b, q \in \mathbb{N}$ tels que

$$\begin{cases} 321 = qb + 75 \\ 0 \leq 75 < b \end{cases} \iff \begin{cases} 246 = qb \\ b > 75 \end{cases} \iff \begin{cases} b \in D_{246} \\ qb = 246 \\ b > 75 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} b \in \{82, 123, 246\} \\ qb = 246 \end{cases}$$

L'ensemble des couples (b, q) solutions du problème sont donc

$$S = \{(82, 3), (123, 2), (246, 1)\}$$