DS 12

I 1 a

4 voyelles
6 consonnes

- Si l'on a D_1, on tire une boule de l'urne.

L'univers est l'ensemble des boules et on est en situation d'équiprobabilité.
donc

$$P_{D_1}(G) = \frac{\#G}{\#\Omega} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

- Si on a D_2, on tire simultanément deux boules de l'urne

L'univers est alors l'ensemble des combinaisons de deux boules.

$$P_{D_2}(G) = \frac{\#G}{\#\Omega} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{9\times 5} = \frac{2}{15}.$$

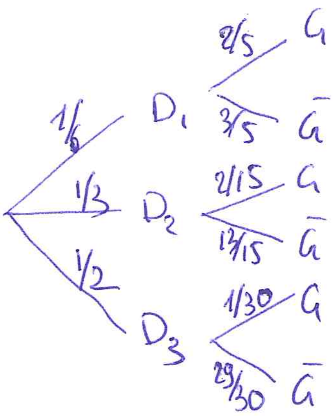
- Si on a D_3 ; on tire simultanément trois boules de l'urne

L'univers est alors l'ensemble des combinaisons de 3 boules.

$$P_{D_3}(G) = \frac{\#G}{\#\Omega} = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{4\times 3\times 10} = \frac{1}{30}.$$

b

La situation se résume par l'arbre pondéré suivant :



Le dé possède 1 face 1 ; 2 faces 2 et 3 faces 3

donc $P(D_1) = \frac{1}{6}$; $P(D_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $P(D_3) = \frac{1}{2}$

D_1, D_2, D_3 forme une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales

$$\begin{aligned} P(G) &= P(G\cap D_1) + P(G\cap D_2) + P(G\cap D_3) \\ &= P(D_1)\times P_{D_1}(G) + P(D_2)\times P_{D_2}(G) + P(D_3)\times P_{D_3}(G) \\ &= \frac{1}{6}\times\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\times\frac{2}{15} + \frac{1}{2}\times\frac{1}{30} = \frac{23}{180} \end{aligned}$$

② $P_G(D_1) = \dfrac{P(D_1 \cap G)}{P(G)} = \dfrac{P_{D_1}(G) \times P(D_1)}{P(G)} = \dfrac{12}{23}$

③ ⓐ • On a une expérience de Bernoulli qui consiste à faire une partie et donc l'issue succès est gagner la partie avec une probabilité de $\frac{23}{180}$.

• On répète 6 fois cette expérience de manière indépendante

Alors par th, la variable X comptant le nombre de succès suit une loi binomiale de paramètres $6 ; \frac{23}{180}$:

On a $X = \mathcal{B}\left(6 ; \frac{23}{180}\right)$

On a $P(X=2) = \binom{6}{2} \times \left(\frac{23}{180}\right)^2 \times \left(1-\frac{23}{180}\right)^4$

d'où $\boxed{P(X=2) \simeq 0{,}14}$

ⓑ On cherche le nbre n de parties à faire pour que la probabilité d'en gagner au moins une soit supérieure à 0,9.

Soit $\bar{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A "gagner au moins une partie"

Alors $\bar{A}$ est perdre les n parties.

d'où $P(\bar{A}) = \left(1-\frac{23}{180}\right)^n = \left(\frac{157}{180}\right)^n$

$P(A) > 0{,}9 \iff 1-P(\bar{A}) > 0{,}9 \iff P(\bar{A}) < 0{,}1$

$\iff \left(\frac{157}{180}\right)^n < 0{,}1$

$\iff n \ln\left(\frac{157}{180}\right) < \ln(0{,}1)$ (car $\ln \nearrow$ sur $\mathbb{R}_+^*$)

$\iff n > \dfrac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{157}{180}\right)} \simeq 16{,}8$

Donc à partir de la $17^{ème}$ partie on a une probabilité supérieure à 0,95 de gagner au moins une partie.

II 1)

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

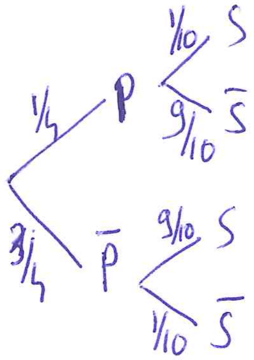
$$= P(A) + P(B) - P(A)\times P(B) \quad \text{car } A, B \text{ indépendants}$$

$$= (1-P(\bar{A})) + P(B)(1-P(A))$$

$$= 1 - P(\bar{A}) + P(B)P(\bar{A})$$

d'où $$P(B) = \frac{P(A\cup B) - 1 + P(\bar{A})}{P(\bar{A})}$$

2)



On cherche

$$P_S(\bar{P}) = \frac{P(\bar{P}\cap S)}{P(S)} = \frac{P_{\bar{P}}(S)\times P(\bar{P})}{P(S)}$$

P : " il pleut "

S : " je sors le chien "