DS 12 - 22 avril 2013.

① • Si J_1 est réalisé, on tire une boule dans U_2

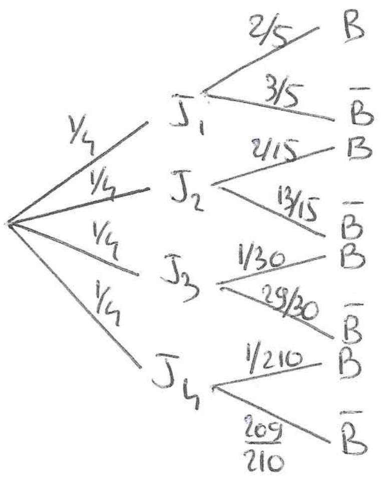
On est en situat° d'équiprobabilité donc $P_{J_1}(B) = \frac{4}{10} = \boxed{\frac{2}{5}}$.

• Si J_2 est réalisé, on tire deux boules dans U_2

on est en situat° d'équiprobabilité d'où $P_{J_2}(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$

d'où $P_{J_2}(B) = \frac{\frac{3\times 4}{2}}{\frac{9\times 10}{2}} = \boxed{\frac{2}{15}}$.

② Dressons un arbre de probabilité.



D'après la règle d'utilisation des arbres

$$P(B) = \frac{1}{4}\times\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\times\frac{2}{15} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{30} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{210} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

③ On cherche $P_B(J_3) = \frac{P(B\cap J_3)}{P(B)} = \frac{P(J_3)\times P_{J_3}(B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}\times\frac{1}{30}}{1/7} = \boxed{\frac{7}{120}}$.

④ ⓐ * On a une expérience de Bernoulli qui consiste à faire une partie et dont l'issue succès est l'évènement B avec pour probabilité $P(B) = 1/7$.

* On répète 10 fois ce jeu de manière indépendante.

donc par th, la variable N comptant le nombre de succès suit une loi binomiale de paramètre $10 ; \frac{1}{7}$, $N = \mathcal{B}(10, 1/7)$

ⓑ par th $E(N) = 10\times\frac{1}{7} = \boxed{\frac{10}{7}}$

$V(N) = 10\times\frac{1}{7}\times\frac{6}{7} = \boxed{\frac{60}{7^2}}$.

c) $P(N=3) = \binom{10}{3} \times \left(\frac{1}{7}\right)^3 \times \left(\frac{6}{7}\right)^7 \simeq \boxed{0,12}$ (à 10^{-2}).

5) Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

les valeurs prises par X sont $\mathcal{E}_X = \{990; 90; 40; 10; -10\}$

$$P(X=990) = P(J_4 \cap B) = \boxed{\frac{1}{840}}$$

$$P(X=90) = P(J_3 \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{30} = \boxed{\frac{1}{210}}$$

$$P(X=40) = P(J_2 \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{15} = \boxed{\frac{1}{30}}.$$

$$P(X=10) = P(J_1 \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \boxed{\frac{1}{10}}$$

On déduit $P(X=-10) = 1 - (P(X=990) + P(X=90 + P(X=40) + P(X=10))$

$$= \boxed{\frac{6}{7}}.$$

On a alors le tableau suivant

$X = x_i$	990	90	40	10	-10
$P(X=x_i)$	$1/840$	$1/210$	$1/30$	$1/10$	$\frac{241}{280}$

$E(X) = \sum x_i P(X=x_i) \simeq \underline{-4,31\ €}$

Le jeu est donc défavorable au joueur.