

①  $P(x) = x^2 + (m-3)x + 1$

$$\Delta = (m-3)^2 - 4$$

$$= (m-3-2)(m-3+2)$$

$$= (m-5)(m-1)$$

Le signe de  $\Delta$  est donné par le tableau de signe.

$m$	$1$	$5$	
$\Delta$	$+$	$-$	$+$

donc

- pour  $m \in ]-\infty; 1[ \cup ]5; +\infty[$   $P$  admet deux racines
- pour  $m \in \{1, 5\}$   $P$  admet une racine double.
- pour  $m \in ]1, 5[$   $P$  n'a pas de racine.

② 2 racine de  $P \Leftrightarrow P(2) = 0$

$$\Leftrightarrow 4 + 2(m-3) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -1 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

pour  $m = \frac{1}{2}$  ; 2 racine de  $P$ .

③  $m$  racine de  $P \Leftrightarrow P(m) = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + (m-3)m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 8 = 1 \text{ donc } m = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{ou } m = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

donc  $m$  racine de  $P \Leftrightarrow m \in \{1, 2\}$ .

II

$$\frac{2x^2 - x + 3}{3x} \geq 2$$

(E)

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - x + 3}{3x} - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - x + 3 - 6x}{3x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x} \geq 0$$

Soit  $P(x) = 2x^2 - 7x + 3$ .

$$\Delta = 49 - 24 = 25$$

donc  $P$  admet deux racines:  $x = \frac{7+5}{4} = 3$  ou  $x = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$

d'où  $P(x) = 2(x-3)(x-\frac{1}{2})$ .

finalement (E)  $\Leftrightarrow \frac{2(x-3)(x-\frac{1}{2})}{3x} \geq 0$

d'où le tableau de signe.

$x$	0	$\frac{1}{2}$	3
$2(x-3)(x-\frac{1}{2})$	+	0	-
$3x$	-	0	+
Quotient	-	+	0

Donc

$$S = ]0; \frac{1}{2}[ \cup ]3; +\infty[$$

III  $-|x-1|^2 + 4|x-1| - 3 = 0$

$(\Leftrightarrow) \begin{cases} X = |x-1| \\ -X^2 + 4X - 3 = 0 \end{cases} \quad (E')$

Résolution de (E'):

$\Delta = 16 - 12 = 4$  donc  $X = \frac{-4 \pm 2}{-2} = 1$  ou  $X = \frac{-4 - 2}{-2} = 3$

donc (E)  $(\Leftrightarrow) \begin{cases} X = |x-1| \\ X = 1 \text{ ou } X = 3 \end{cases}$

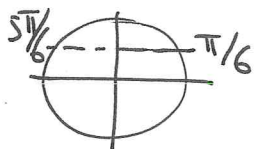
$(\Leftrightarrow) |x-1| = 1$  ou  $|x-1| = 3$

$(\Leftrightarrow) x-1 = 1$  ou  $x-1 = -1$  ou  $x-1 = 3$  ou  $x-1 = -3$

$(\Leftrightarrow) x = 2$  ou  $x = 0$  ou  $x = 4$  ou  $x = -2$

$S = \{2, 0, 4, -2\}$

IV  $\sin 3x = \frac{1}{2}$

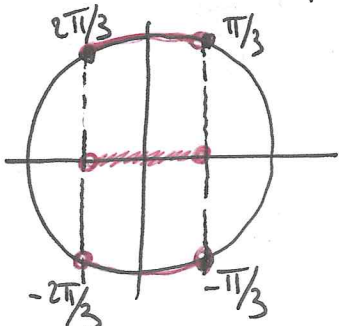


$(\Leftrightarrow) 3x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  ou  $3x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$(\Leftrightarrow) x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$  ou  $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$

donc  $S = \left\{ \frac{\pi}{18}; \frac{13\pi}{18}; -\frac{11\pi}{18}; \frac{5\pi}{18}; \frac{17\pi}{18}; -\frac{7\pi}{18} \right\}$   
 $k=0 \quad k=1 \quad k=-1 \quad k=0 \quad k=1 \quad k=-1$

②  $\cos^2 x \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow |\cos x| \leq \frac{1}{2}$  (ou  $\forall \uparrow \text{ sur } \mathbb{R}_+$ )



$S = \left[ -\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[ \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right]$