Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : GILBOY
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : HARIA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 08 / 06 / 2000

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Baccalauréat **Section/Spécialité/Série :** scientifique T-S3

Epreuve : .... **Matière :** Math **Session :** ....

CONSIGNES

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

I 4 II 3,75 IV 4
V 2,75 III 4,75

Exercice 2

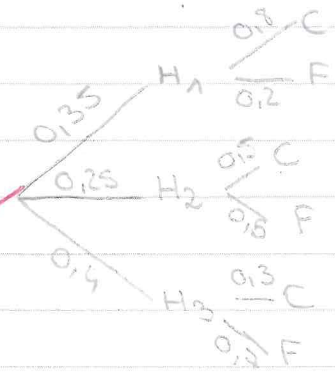
3,75/4

Excellent

19,25/20

1. a)

0,1



b) H_1, H_2, H_3 partition de l'univers. ~~D'après la formule des probabilités totales:~~ NON

$P(H_3 \cap C) = P(H_3) \times P_{H_3}(C)$

0,1

$= 0{,}4 \times 0{,}3$

$= 0{,}12$

là oui !

c) D'après la formule des probabilités totales:

$P(C) = P(H_1 \cap C) + P(H_2 \cap C) + P(H_3 \cap C)$

$= P(H_1) \times P_{H_1}(C) + P(H_2) \times P_{H_2}(C) + P(H_3) \times P_{H_3}(C)$

0,75

$= 0{,}35 \times 0{,}8 + 0{,}25 \times 0{,}5 + 0{,}4 \times 0{,}3$

$= 0{,}525$

d) On cherche $P_C(H_1)$

$P_C(H_1) = \dfrac{P(C \cap H_1)}{P(C)} = \dfrac{P_{H_1}(C) \times P(H_1)}{P(C)} = \dfrac{0{,}8 \times 0{,}35}{0{,}525} \simeq 0{,}533$

0,1

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

2.a) Nous pouvons reconnaître une expérience de Bernoulli qui compte avec 2 issues possibles.
Soit S l'évènement succès : "l'arbre choisi est un conifère" dont la probabilité est $P(S) = 0{,}525$
On répète cette expérience 10 fois. de façon indépendante
Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi. X suit une loi binomiale de paramètres $(10 ; 0{,}525)$

b) $P(X=5) = \binom{10}{5}(0{,}525)^5(0{,}475)^5$

$\simeq 0{,}243$

c) ~~$P(X \leq 8) = 1 - (p(X=2) + p(X=1) + p(X=0))$~~

$P(\cancel{X \geq 2}) = P(X \leq 8)$
$= 1 - p(X > 8)$
$= 1 - p(X=9) - p(X=10)$
$= 1 - \binom{10}{9}(0{,}525)^9(0{,}475) - \binom{10}{10}(0{,}525)^{10}(0{,}475)^0$

$\simeq 0{,}984$

Exercice 3 : (4,75/5)

A) $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$ sur $]1 ; +\infty[$

1. $\lim\limits_{x \to 1^+} \ln x = 0^+$

donc par quotient $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x}{\ln x} = +\infty$

0,75 $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

par croissance comparée $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{\ln x} = +\infty$

2. f dérivable
et $f'(x) = \dfrac{\ln x - \frac{1}{x} \times x}{\ln^2(x)}$
$\forall x \in]1 ; +\infty[$

oui $= \dfrac{\ln x - 1}{\ln^2(x)}$

$\ln^2 x \geq 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $\ln x - 1$

oui $\ln x - 1 > 0 \iff \ln x > 1$
$\iff x > e$ (car $\exp(x)$ ↗ sur $\mathbb{R}$)

d'où le tableau de variations :

1

x	1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ $+\infty$	↘	e	↗	$+\infty$

$f(e) = \dfrac{e}{\ln e} = \dfrac{e}{1} = e$

3. ~~sur $]1 ; e]$~~ : $f(x)$ est décroissante ; $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$ et $f(e) = e$ inutile
sur $[e ; +\infty[$: $f(x)$ est croissante ; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $f(e) = e$
donc $f(x)$ admet un minimum égal à e atteint en $x = e$

donc $f(x) \geq e \quad \forall x \in]1;+\infty[$;
9/ alors si $x \geq e$ on a $f(x) \geq e$

B) $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Nous pouvons conjecturer que (u_n) est décroissante et convergente. Vers ??
9/2.

2. a) soit P_n : $u_n \geq e$ $\forall n \in \mathbb{N}$ Démontrons cette propriété par récurrence

<u>Initialisation</u> : $u_0 = 5$ et $5 \geq e$ donc $u_0 \geq e$. P_0 vraie

<u>Hérédité</u> : soit $q \in \mathbb{N}$. supposons P_q vraie démontrons P_{q+1} vraie

9/ P_q vraie soit ~~⇒~~ $u_q \geq e$ $\forall n \in \mathbb{N}$

donc ~~⇒~~ $f(u_q) \geq f(e)$ (car f ↗ sur $[e;+\infty[$) si tu mets ⇔ il faut écrire strictement ↗

donc $u_{q+1} \geq e$ donc P_{q+1} vraie

<u>Conclusion</u> : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n \geq e$

b) $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n$
$= \dfrac{u_n}{\ln u_n} - u_n$
$= \dfrac{u_n - u_n \ln u_n}{\ln u_n}$
$= \dfrac{u_n(1-\ln u_n)}{\ln u_n}$

9/2
$u_n \geq e > 0$ et $\ln u_n \geq 1$ (car $u_n \geq e$)
donc $u_{n+1} - u_n$ est du signe de $1 - \ln u_n$
$1 - \ln u_n \leq 0 \iff 1 \leq \ln u_n$
$\iff e \leq u_n$
or, $\forall n$ $u_n \geq e$ donc $u_{n+1} - u_n \leq 0 \iff u_{n+1} \leq u_n$
la suite (u_n) est décroissante. cev /

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : GILBOY
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : MARIA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 08/06/2000

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Baccalauréat   Section/Spécialité/Série : Scientifique   T-S3

Epreuve : ....   Matière : Maths   Session : ....

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 3 (suite)

B) 2. c) (u_n) est décroissante et minorée donc par théorème, (u_n) converge vers $\ell \geq e$

q ✓

d) ~~$\lim_{n\to+\infty}$ ...~~

~~...~~

$f(\ell) = \ell$

$\Leftrightarrow \frac{\ell}{\ln \ell} = \ell \quad \Leftrightarrow \ell = \ell \ln \ell$

$\Leftrightarrow \frac{\ell}{\ell} = \ln \ell$ car $\ell \neq 0$

q ✓

$\Leftrightarrow \ln \ell = 1$

$\Leftrightarrow \ell = e$

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Exercice 4 : 4/4

$z' = -z^2 + 2z$

1. $-z^2 + 2z - 2 = 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times -2$

$= 4 - 8$

$= -4 < 0$ donc 2 solutions complexes

$|\Delta| = |-4| = 4$

$z_1 = \frac{-2 + i\sqrt{4}}{2 \times (-1)} = \frac{-2 + i2}{-2} = 1 - i$

$z_2 = \frac{-2 - i\sqrt{4}}{2 \times (-1)} = \frac{-2 - i2}{-2} = 1 + i$

les solutions de l'équation $-z^2 + 2z - 2 = 0$ sont aussi les solutions de $-z^2 + 2z = 2$

et

$z' = 2 \iff -z^2 + 2z = 2$

donc les points d'affixes $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 1 + i$ ont pour image le point d'affixe 2.

2. $z_N = z^2$

d'affixe

le milieu de $[NM']$ est : $\frac{z_n + z'}{2} = \frac{z^2 - z^2 + 2z}{2} = z$

ce qui correspond bien au point M d'affixe z

3. a) M appartient au cercle de centre O et de rayon 1

$\iff z = e^{i\theta}$

$|z| = 1$ car M appartient au cercle trigonométrique

$|z_N| = |z^2| = |z|^2 = 1^2 = 1$

$z_N = z^2 = (e^{i\theta})^2 = e^{i2\theta}$ donc $\arg(z_N) = 2\theta$ (2π)

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : GILBOY
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : MARIA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 08/06/2000

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)
Concours / Examen : Baccalauréat **Section/Spécialité/Série :** Scientifique T-S3

Epreuve : **Matière :** Maths **Session :**

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 3 (suite)

B) 2. c) (u_n) est décroissante et minorée donc par théorème, (u_n) converge vers $\ell > e$

ql

d) ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

$F(\ell) = \ell$

$\Leftrightarrow \frac{\ell}{\ln \ell} = \ell \quad \Leftrightarrow \ell = \ell \ln \ell$

$\Leftrightarrow \frac{\ell}{\ell} = \ln \ell$ car $\ell \neq 0$

ql

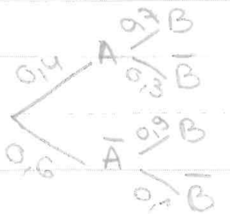
$\Leftrightarrow \ln \ell = 1$

$\Leftrightarrow \ell = e$

Exercice 1 : (4/4)

Proposition 4 :

Voici l'arbre pondéré qui modélise la situation :



1

$A, \bar{A}$ partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales :

$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$

$= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$

$= 0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,9$

$= 0,82$

et $P_B(A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(B)} = \dfrac{P(A) \times P_A(B)}{P(B)} = \dfrac{0,4 \times 0,7}{0,82} = \dfrac{14}{41}$

Donc la proposition est vraie.

Proposition 1 :

Voici le tableau de l'évolution des variables au cours de l'algorithme

1

a	b	b-a	x	f(x)f(a)
1	2	$1 > 0,3$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} > 0$
$\frac{3}{2}$	2	$\frac{1}{2} > 0,3$	$\frac{7}{4}$	$-\frac{3}{64} < 0$
$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{4} < 0,3$	/	

À la fin de l'algorithme $a = \frac{3}{2}$ et $b = \frac{7}{4}$

$\dfrac{a+b}{2} = \dfrac{\frac{3}{2}+\frac{7}{4}}{2} = 1,625$ donc proposition fausse.

8 / 12

Modèle CMEN v2 ©NEOPTEC

Nom de famille : GILBOY
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) : MARIA

Numéro Inscription :

Né(e) le : 08/06/2000

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : Baccalauréat Section/Spécialité/Série : Scientifique T-S3

Epreuve : ... Matière : Maths Session : ...

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

Exercice 1 (suite) :

Proposition 3 :

soit le point M d'affixe z
soit le point B (2 ; 0) d'affixe $z_B = 2$

$|Z| = 1 \Leftrightarrow \left|\frac{iz}{z-2}\right| = 1$

$\Leftrightarrow \frac{|iz|}{|z-2|} = 1$

$\Leftrightarrow |iz| = |z-2|$
$\Leftrightarrow |z| \times |i| = |z-2|$
$\Leftrightarrow |z| \times 1 = |z-2|$
$\Leftrightarrow |z| = |z-2|$
$\Leftrightarrow |z - z_O| = |z - z_B|$
$\Leftrightarrow MO = MB$
$\Leftrightarrow$ l'ensemble de points tels que $|Z| = 1$ est la médiatrice de [BO]

1

milieu de [BO] a pour coordonnées :
$\left(\frac{x_O + x_B}{2} ; \frac{y_O + y_B}{2}\right) = \left(\frac{0+2}{2} ; \frac{0+0}{2}\right) = (1 ; 0)$ c'est le point A.

La médiatrice de [BO] passant par A (milieu de [BO]), la proposition est vraie

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Proposition 2 :

$$i \cdot \frac{z_1}{z_2} = e^{i\frac{\pi}{2}} \times \frac{\sqrt{6}\, e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \times e^{i\frac{\pi}{2}} \times e^{i\frac{\pi}{4}} \times e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$= \sqrt{3}\, e^{i\frac{\pi}{2} + i\frac{\pi}{4} + i\frac{\pi}{3}}$$

$$= \sqrt{3}\, e^{i\frac{13\pi}{12}}$$

1

$$= \sqrt{3}\, e^{-i\frac{11\pi}{12}}$$

donc la proposition est vraie

Exercice 5 (2,75/3)

$f_a(x) = e^{x-a} - 2x + e^a$

1. $f_a(x)$ dérivable et $\forall x \in \mathbb{R}$:

$f_a'(x) = e^{x-a} - 2$

$f_a'(x) > 0 \iff e^{x-a} - 2 > 0$
$\iff e^{x-a} > 2$
$\iff x - a > \ln 2$ ($\ln(x)$ ↗ sur $]0; +\infty[$)
$\iff x > \ln(2) + a$

Oui

d'où le tableau de variations

x	$-\infty$		$\ln(2)+a$		$+\infty$
$f_a'(x)$		$-$	0	$+$	
$f_a(x)$		↘	$f_a(\ln(2)+a)$	↗	

1

sur $]-\infty; \ln(2)+a]$
f_a est décroissante
sur $[\ln(2)+a; +\infty[$: f_a est croissante

f_a admet donc un minimum atteint en
$x = \ln(2) + a$ égal à $f_a(\ln(2)+a)$

2. $f_a(\ln(2)+a) = e^{\ln(2)+a-a} - 2(\ln(2)+a) + e^a$
$= 2 - 2(\ln(2)+a) + e^a$
$= 2 - 2\ln(2) - 2a + e^a$

soit la fonction $\propto(x) = 2 - 2\ln(2) - 2x + e^x$
définie pour tout x réel

$\alpha(x)$ dérivable et pour tout $x \in \mathbb{R}$

$\alpha'(x) = -2 + e^x$

$\alpha'(x) > 0 \iff -2 + e^x > 0$

$\iff e^x > 2$

$\iff x > \ln(2)$ (car $\ln(x)$ ↗ sur $]0;+\infty[$)

d'où le tableau de variations

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$\alpha'(x)$		$-$	0	$+$	
$\alpha(x)$		↘	$4-4\ln(2)$	↗	

$\alpha(\ln 2)$

$= 2 - 2\ln(2) - 2\ln(2) + e^{\ln 2}$

$= 2 - 4\ln(2) + 2$

$= 4 - 4\ln(2)$

1,7)

sur $]-\infty;\ln(2)]$: $\alpha(x)$ décroissante

sur $[\ln(2);+\infty[$: $\alpha(x)$ croissante

$\alpha(x)$ admet donc un minimum atteint en $x = \ln(2)$ et égal à $4 - 4\ln(2)$

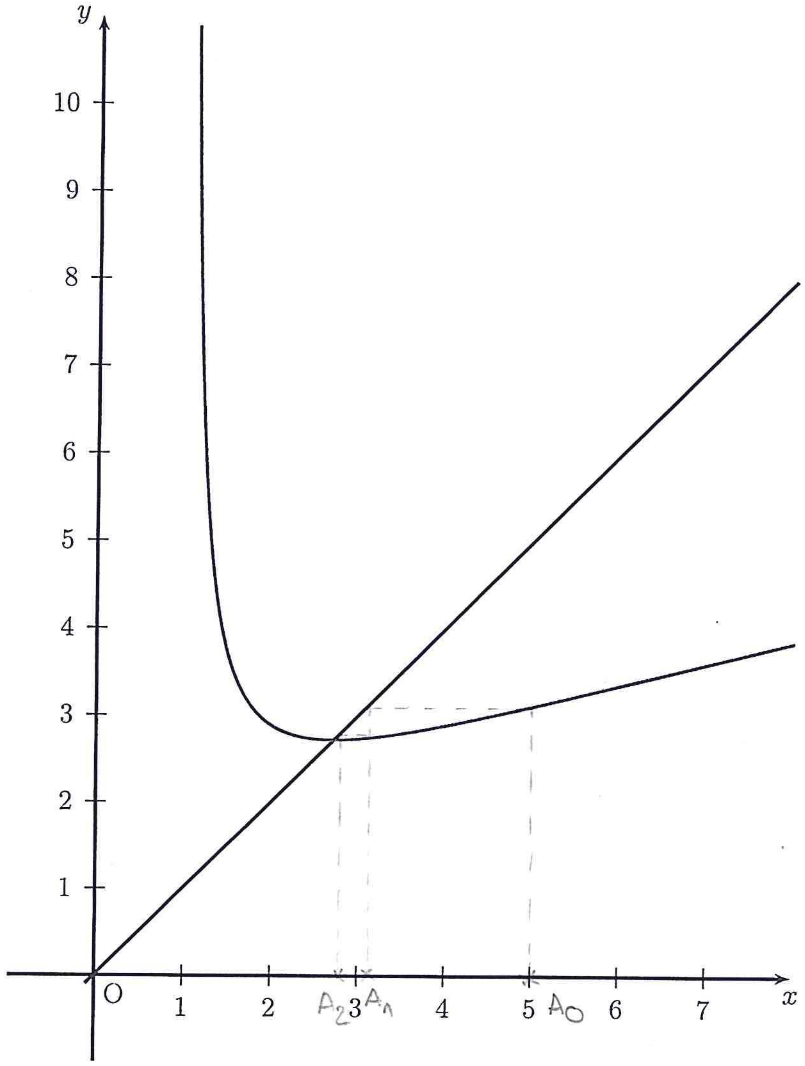
Nous pouvons en déduire que la valeur de a pour laquelle le minimum de f_a est le plus petit possible vaut ~~4-4ln(2)~~. $\ln(2)$

Maria GILBOY T-S3

ANNEXE

Exercice 3

À rendre avec la copie



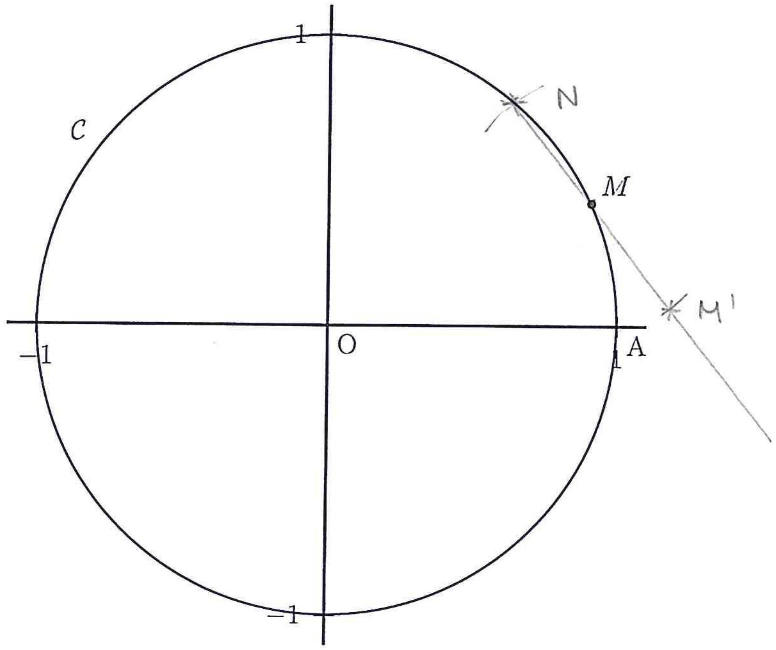
Vu

Maria GILBOY TS3

ANNEXE

Exercice 4

À rendre avec la copie



9,75