Arnaud
Boret
T°S3

7/11/2017

Contrôle limites

14

1) $f_1(x) = \left(\dfrac{x^3 - 3x}{-3x^2 - 3x + 4}\right)^{33}$

$X = \dfrac{x^3 - 3x}{-3x^2 - 3x + 4}$

X est une fraction rationnelle
Par théorème du plus haut degré :
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 - 3x}{-3x^2 - 3x + 4} = \lim\limits_{x \to +\infty} -\dfrac{x}{3} = -\infty$

$\lim\limits_{X \to -\infty} X^{33} = -\infty$

par composée $\lim\limits_{x \to +\infty} f_1(x) = -\infty$

2

2) $f_2(x) = x^7 - 4x^2 + 3x$

$f_2(x)$ est un polynôme donc par le théorème du plus haut degré : $\lim\limits_{x \to -\infty} f_2(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^7 = -\infty$

1

3) $f_3 = \dfrac{\sin 2x^2}{x^2}$

$= \dfrac{\sin 2x^2}{2x^2} \times 2$

$X = 2x^2$

$\lim\limits_{x\to 0} 2x^2 = 0$

2 $\lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\sin X}{X} = 1$

par composée $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x^2}{2x^2} = 1$

par produit $\lim\limits_{x\to 0} f_3(x) = 2$

4) $f_4(x) = \dfrac{-3x^5 + x - 12}{x^2 - 7x + 12}$

$f_4(x)$ est une fonction rationnelle, donc par le théorème du plus haut degré :

$\lim\limits_{x\to -\infty} f_4(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} -\dfrac{3x^5}{x^2} = \lim\limits_{x\to -\infty} -3x^3 = +\infty$

5) $f_5(x) = \dfrac{\sin x}{x^2 - 4x + 5}$

$\lim\limits_{x\to -5^+} \sin x = \sin(-5) \simeq 0{,}96$

1 $\lim\limits_{x\to -5^+} x^2 - 4x + 5 = 50$

$\Rightarrow$ par quotient $\lim\limits_{x\to -5^+} \dfrac{\sin x}{x^2 - 4x + 5} = \dfrac{\sin(-5)}{50} \simeq \dfrac{0{,}96}{50}$

6) $f_6(x) = \dfrac{2x + 6}{x^2 + x - 6} = \dfrac{(x+3)\times 2}{(x+3)(x-2)} = \dfrac{2}{x-2}$

$\lim\limits_{x\to -3^+} 2 = 2$

$\lim\limits_{x\to -3^+} x - 2 = -5$

$\Rightarrow$ par quotient $\lim\limits_{x\to -3^+} f_6(x) = \dfrac{2}{-5}$

7) $f_7(x) = \sqrt{x} - x + 12$

$= x\left(-1 + \dfrac{\sqrt{x}}{x} + \dfrac{12}{x}\right)$

$= x\left(-1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{12}{x}\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} -1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{12}{x} = -1$

$\Rightarrow$ par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} f_7(x) = -\infty$

2

8) $f_8(x) = \dfrac{\sin(x^3-1)}{x^3-1}$

$\forall x < 0$:

$-1 \leq \sin(x^3-1) \leq 1$

$\Rightarrow \dfrac{-1}{x^3-1} \geqslant f_8(x) \geqslant \dfrac{1}{x^3-1}$ car $\div (x^3-1)$ avec $x^3-1 < 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} -\dfrac{1}{x^3-1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x^3-1} = 0$

2

Donc par théorème des gendarmes $\lim\limits_{x \to -\infty} f_8(x) = 0$

$\forall x < 0$

9) $f_9(x) = \dfrac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$

$= \dfrac{\sqrt{x^2(x^2+1)}}{x}$

expliquer

$= \dfrac{-x\sqrt{x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}}{x}$

$= \dfrac{(-x)(-x)\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x}$

$= \dfrac{x^2\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x}$

$= x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$

$X = 1 + \frac{1}{x^2}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 1 + \frac{1}{x^2} = 1$

$\lim\limits_{X \to 1} \sqrt{X} = 1$

$\Longrightarrow$ par composée $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = 1$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ donc par produit $\lim\limits_{x \to -\infty} f_1(x) = -\infty$

oui