DS N° 12

Exercice I : Le choix des élèves pouvant être considéré comme indépendants, on notant X la v.a comptant le nombre de gauchers dans une classe, on a $X \sim \mathcal{B}(35 ; 0,127)$

On cherche donc k tel que $P(X \leq k) \geq 0,95$

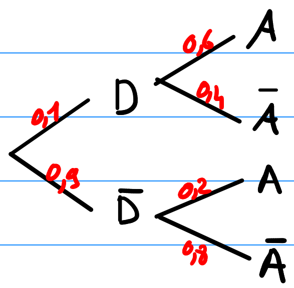
A l'aide d'un tableau à la calculatrice, on a $P(X \leq 7) \approx 0,93$;

et $P(X \leq 8) \approx 0,97$

Ainsi, en achetant 8 souris, l'informaticien est sûr à 95% de ne pas manquer de souris.

Exercice II : **Partie 1 :**

1) La situation se modélise par l'arbre suivant :



2) Nous avons $P(D \cap A) = P(D) . P_D(A)$

$$= 0,1 \times 0,6 = 0,06$$

3) $D, \bar{D}$ forme une partition de l'univers et nous avons avec la formule des probabilités totales :

$$P(A) = P(D \cap A) + P(\bar{D} \cap A)$$
$$= P(D).P_D(A) + P(\bar{D}).P_{\bar{D}}(A)$$
$$= 0,06 + 0,9 . 0,2$$
$$= 0,24$$

4) On cherche $P_A(\bar{D}) = \dfrac{P(A \cap \bar{D})}{P(A)}$

$$= \frac{P(\bar{D}) . P_{\bar{D}}(A)}{P(A)}$$

$$= \frac{0,9 . 0,2}{0,24} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Partie 2 : 1a Le tirage est assimilé à un tirage avec remise, ainsi, la variable X qui compte le nombre de candidats admis suit une loi binomiale de paramètres 7, 0,24.

On a $X \sim \mathcal{B}(7, 0,24)$

1b $P(X=1) = \binom{7}{1} . 0,24 \times 0,76^6$

$$\approx 0,324.$$

1c $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$

$$= 1 - P(X=0) - P(X=1)$$
$$\approx 1 - 0,76^7 - P(X=1)$$
$$\approx 0,530$$

2a) Soit X la variable comptant le nombre de candidats admis à l'école.
On a $X \sim \mathcal{B}(n; 0{,}24)$ (On a indépendance des candidats)

On cherche $P(X=0) = \binom{n}{0} \cdot 0{,}24^0 \cdot 0{,}76^n$
$= 0{,}76^n$.

2b) On cherche n tel que $P(X \geq 1) \geq 0{,}99$
$\Leftrightarrow 1 - P(X=0) \geq 0{,}99$
$\Leftrightarrow P(X=0) \leq 0{,}01$
$\Leftrightarrow 0{,}76^n \leq 0{,}01$
$\Leftrightarrow n \ln(0{,}76) \leq \ln(0{,}01)$ (car $\ln \nearrow$ sur $\mathbb{R}_+^*$)
$\Leftrightarrow n \geq \underbrace{\dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}76)}}_{\approx 16{,}8}$ (car $\ln 0{,}76 < 0$)

Ainsi, à partir de $n = 17$ élèves, on est sûr à 99% qu'un élève sera admis