DS N°5

I ▪ $f_1(x) = \dfrac{-3x+4x^3}{3x^3+x-3}$

On a un quotient de deux polynômes donc par théorème du plus haut degré :

$$\lim_{-\infty} f_1 = \lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3}{3x^3}$$
$$= \underline{\frac{4}{3}}$$

▪ $f_2(x) = \dfrac{x-5}{x^2-x-6}$;

$x^2-x-6 = (x+2)(x-3)$ donc

x		-2		3	
x^2-x-6	$+$	0	$-$	0	$+$

Et $\lim\limits_{x\to-2} x-5 = -7$; $\lim\limits_{x\to-2^+} x^2-x+6 = 0^-$ (d'après le tableau)

donc par quotient, $\underline{\lim\limits_{-2^+} f_2 = +\infty}$

▪ $f_3(x) = e^{\frac{1}{x-1}}$

x		1	
$x-1$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to1^-} x-1 = 0^-$ donc par quotient $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{1}{x-1} = -\infty$

$$\left.\begin{array}{l} X = \dfrac{1}{x-1} \\ \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{1}{x-1} = -\infty \\ \lim\limits_{X\to-\infty} e^X = 0 \end{array}\right\} \text{ donc par composée } \underline{\lim_{x\to1^-} e^{\frac{1}{x-1}} = 0}$$

$$f_4(x) = \frac{e^{2x} - e^{x}}{e^{6x} - e^{-x}}$$

$$= \frac{e^{2x}(1 - e^{-x})}{e^{6x}(1 - e^{-7x})}$$

$$= e^{-4x} \cdot \frac{1 - e^{-x}}{1 - e^{-7x}}$$

Par composée $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-4x} = 0$

Et $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 - e^{-x} = 1$; $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 - e^{-7x} = 1$

Et donc par produit, $\lim\limits_{+\infty} f_4 = 0$

$$f_5(x) = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$$

$$= \frac{(x-2)(2x+1)}{x-2}$$

$$= 2x + 1$$

Alors $\lim\limits_{x \to 2} f_5(x) = 5$