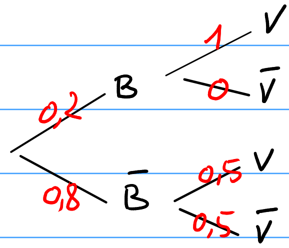
DS N° 10

Partie 1 : **1** D'après l'énoncé $P_B(V) = 1$

2. On a l'arbre suivant :



3 $B, \bar{B}$ partition de l'univers, donc d'après la formule des probabilités totales

$$P(V) = P(B \cap V) + P(\bar{B} \cap V)$$

$$= P(B).P_B(V) + P(\bar{B}).P_{\bar{B}}(V)$$

$$= 0{,}2.1 + 0{,}8.0{,}5$$

$$= \underline{0{,}6}.$$

4 On cherche $P_V(B) = \dfrac{P(V \cap B)}{P(V)}$

$$= \frac{P(B).P_B(V)}{P(V)}$$

$$= \frac{0{,}2}{0{,}6}$$

$$= \boxed{\frac{1}{3}}$$

Partie II :

1 On a une expérience de Bernoulli qui consiste qui consiste à déterminer si un passager prend son vol ou non. L'issue succès à pour probabilité $p = 0{,}95$.
On a 206 passagers qui prennent leur vol indépendamment les un des autres. Donc l'expérience est assimilable à la répétition de manière indépendante de 206 expériences de Bernoulli de paramètre 0,95.
Par suite, la v.a X qui compte le nombre de succès est $\underline{X \sim \mathcal{B}(206 ; 0{,}95)}$

2. On a $E(X) = n.p$

$= 206 . 0,95$

$= 195,7$

En moyenne, il se présente 196 passagers.

3. Si on tape proba(200) le programme calcule

$p = p(X=0) + p(X=1) + \dots\dots + p(X=200)$

$= \sum_{k=0}^{200} p(X=k)$

$= P(X \leq 200)$

D'après la calculatrice : $P(X \leq 200) = 0,948$

La probabilité que tous les passagers qui se présentent volent est de 0,948

4.a $Y=1$: " Un passager est refusé "

Cela correspond à 201 personnes se présentent, c.à.d $X=201$

On a donc $(Y=1)=(X=201)$ et $p(Y=1) = p(X=201)$

$= \binom{206}{201} . 0,95^{201} . 0,05^{5}$

$\approx 0,03063$

4.b La somme des probabilités doit faire 1 ;

Donc $p(Y=6) = 1 - \sum_{k=0}^{5} p(Y=k)$

$\approx 3.10^{-5} = 0,00003$

4.c La compagnie vend 206 billets pour un prix de $206 \times 250 = 51500$ €

et elle dédomage Y personnes qui n'ont pas pris leur vol

pour un prix de $850Y$.

Le chiffre d'affaire est $C = 51500 - 850Y$

4d. L'univers de C est donc

$$\Omega_C = \{51500 ; 50650 ; 49800 ; 48950 ; 48100 ; 47250 ; 46400\}$$

Et la loi correspondante est :

c	51500	50650	49800	48950	48100	47250	46400
$p(C=c)$	0,947 75	0,030 63	0,014 41	0,005 39	0,001 51	0,000 28	0,00003

On a alors $E(C) = \sum c_i \, p(C=c_i)$

$$= 0{,}94775 \times 51500 + 0{,}03063 \times 50650 + \ldots$$

$$\approx 51429 \text{ €}$$

4.e Le chiffre d'affaire moyen avec surbooking est de 51429 €
Le chiffre pour 200 billets est de $p = 200 \times 250 = 50\,000$ €

En pratiquant le surbooking, la compagnie gagne 1429 € de plus par vol.

5. Soit n le nbre de billets vendus et X le nombre de personnes qui se présentent.

Alors $X \sim \mathcal{B}(n ; 0{,}95)$

On cherche n le plus grand possible tel que

$P(X \geq 201) \leq 0{,}1$ c'est-à-dire $1 - P(X \leq 200) \leq 0{,}1$

$\iff P(X \leq 200) \geq 0{,}9$

D'après la calculatrice avec un tableau de valeurs en n, on a

$n = 206$; c'est-à-dire avec 207 billets vendus, il y a plus d'une chance sur 10 que tout le monde n'embarque pas.