# Accompagnement personalisé.

## 1 Pour s'echauffer un peu ...

Nous verrons l'an prochain en terminale les formules de dérivation suivantes :

**Théorème 1** *Soit $u$ une fonction dérivable sur $I$.*

- *Pour $n \in \mathbb{N}$, $u^n$ est dérivable sur $I$ et $(u^n)' = nu^{n-1}u'$.*
- *Pour $n \in \mathbb{Z}$, si $u \neq 0$ sur $I$, $u^n$ est dérivable sur $I$ et $(u^n)' = nu^{n-1}u'$.*
- *Si $u > 0$ sur $I$, $\sqrt{u}$ est dérivable sur $I$ et $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.*

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes sur l'intervalle indiqué. On ne demande pas de justifier de la dérivabilité.

$f_1(x) = (x^2-2)^{11}$ sur $I = \mathbb{R}$.

$f_2(x) = \left(\dfrac{2x}{x+1}\right)^4$ sur $I = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$f_3(x) = 4\sqrt{x^2+3}$ sur $I = \mathbb{R}$

$f_4(x) = \sqrt{x^3+2x^2+1}$ sur $I = \mathbb{R}_+$

$f_5(x) = \dfrac{3}{(7x-5)^5}$ sur $I = \mathbb{R} \setminus \{\dfrac{5}{7}\}$.

$f_6(x) = \sqrt{(x^2+2x+2)^7}$ sur $I = \mathbb{R}_+$

## 2

Le but de ce problème est d'étudier la courbe $\mathscr{C}$, ensemble des points $M$ du plan dont les coordonnées $(x;y)$ dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ vérifient :

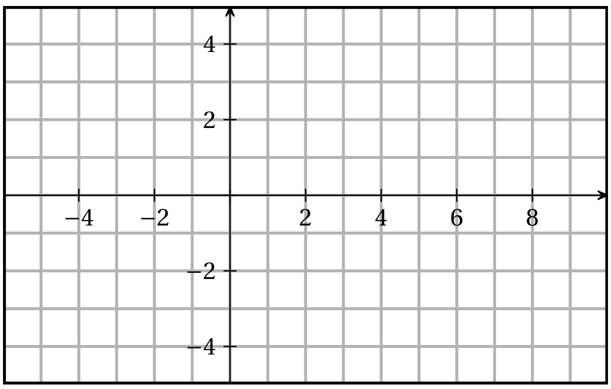
$$16x^2 + 25y^2 - 64x - 336 = 0 \qquad \text{(E)}$$

**Partie A : Simplification de (E)**

1. a) Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 3.
   b) Déterminer ordonnées des points de $\mathscr{C}$ d'abscisse 5.
   c) $\mathscr{C}$ est-elle la courbe représentative d'une fonction ?
2. Montrer que $(E)$ équivaut à $y^2 = \dfrac{16}{25}h(x)$ avec $h(x) = -x^2 + 4x + 21$.
3. En déduire
$$(E) \iff y = \frac{4}{5}\sqrt{h(x)} \text{ ou } y = -\frac{4}{5}\sqrt{h(x)}$$
4. On note $\mathscr{C}_1$ la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{4}{5}\sqrt{h(x)}$ et $\mathscr{C}_2$ la courbe représentative de la fonction $g : x \mapsto -\dfrac{4}{5}\sqrt{h(x)}$.
   Comment construire $\mathscr{C}_2$ à partir de $\mathscr{C}_1$ ?

**Partie B : Etude de $f$ et tracé de $\mathscr{C}$.**

1. Déterminer l'ensemble de définition $D$ de $f$.
2. Etudier le sens de variation de $f$ sur $D$ et dresser le tableau de variation de $f$.
3. Montrer que pour tout $t \in [0;5]$ on a $f(2+t) = f(2-t)$. Que pouvez-vous en déduire pour $\mathscr{C}_f$ ?
4. Etudier le taux d'accroissement de $f$ en $x = -3$. Quelle conclusion géométrique peut on en tirer pour $\mathscr{C}_f$ ?
5. Sur le graphique suivant, représentez $\mathscr{C}_f$ puis $\mathscr{C}$.



**Partie C : Une proprieté géométrique.** On note $F(5;0)$ et $F'(-1;0)$.

1. Soit $M \in \mathscr{C}$, montrer que
$$MF^2 = (x-5)^2 + \frac{16}{25}(-x^2+4x+21)$$
2. En déduire $MF = \dfrac{31-3x}{5}$.
3. On admet que l'on montre de même $MF' = \dfrac{19+3x}{5}$.
   Calculer $MF + MF'$. Quel commentaire pouvez-vous faire ?