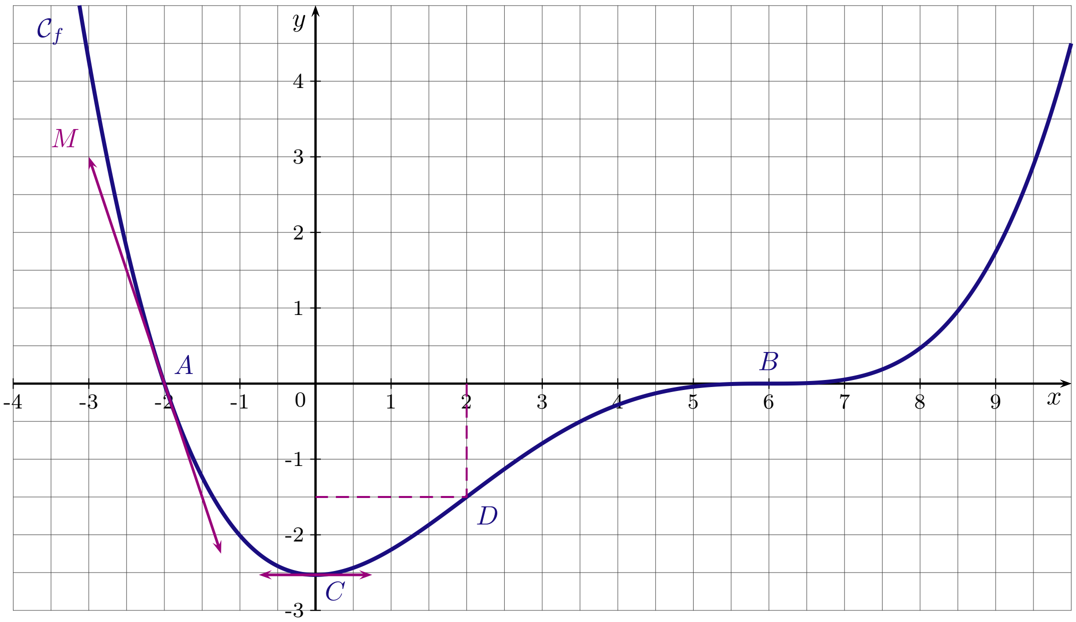
Devoir Mathématiques N^o 7 (1h)

0 Nom et prénom :

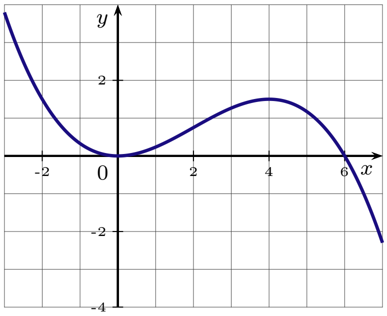
1 **3 points**

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ représentant la fonction f.
La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point $A(-2;0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.
La tangente à la courbe au point A passe par le point $M(-3;3)$.
La courbe $\mathcal{C}_f$ admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0.

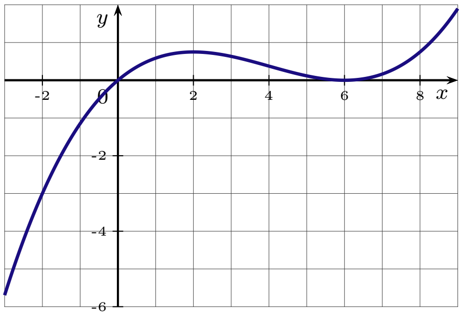


À partir du graphique et des données de l'énoncé, compléter sur la copie :

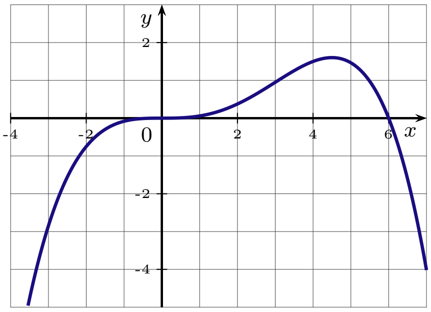
1. $f'(0)$ vaut ...
2. Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont
3. $f'(-2)$ vaut ...
4. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



Courbe $\mathcal{C}_1$



Courbe $\mathcal{C}_2$



Courbe $\mathcal{C}_3$

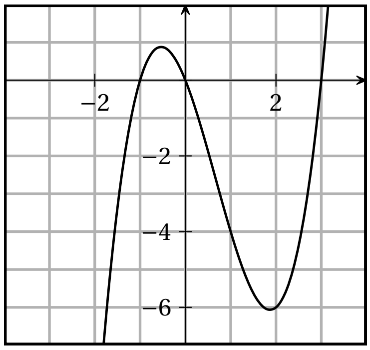
2 **2 points**

Déterminez la dérivée de la fonction :

$$f_1(x) = 3\frac{x^3 - x}{x^2 + 1} \text{ sur } D = \mathbb{R}$$

3 **7 points**

Soit $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ définie $\mathbb{R}$.



1. Déterminer la fonction f' dérivée de la fonction f et étudier son signe.
2. Dresser le tablau de variation de f. *Vous ne donnerez pas la valeur exacte des extremums locaux mais une valeur approchée à* 10^{-2}.
3. On a représenté f sur le graphe ci-contre.
   a) Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point s'abscisse 0 puis tracez-la.
   b) Il semble qu'il existe une autre tangente à $\mathscr{C}$ parallèle à T. Déterminer son équation ainsi que son point de contact.

4 **8 points**

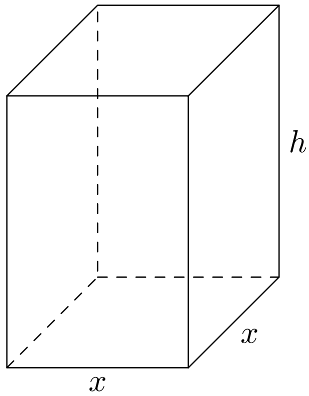
1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{4}{x} + 2x^2$$

   a) Calculer la dérivée de f et vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$f'(x) = \frac{4(x-1)(x^2+x+1)}{x^2}$$

   b) Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variaton de f (les limites ne sont pas demandées).



2. On construit un réservoir fermé en tôle ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur h et dont la base est un carré de côté x (l'unité de longueur est le mètre).
   a) Exprimer l'aire totale S de la tôle utilisée en fonction de x et h.
   b) Exprimer le volume V du réservoir en fonction de x et h.

   On suppose maintenant que $V = 1\ m^3$.

   c) Déduire de la question précédente h en fonction de x.
   d) En déduire l'expression de S en fonction de x. On la note désormais $S(x)$.
   e) À l'aide de la question 1/, déterminer x pour que la surface S soit minimale. Donner alors les dimensions du réservoir.