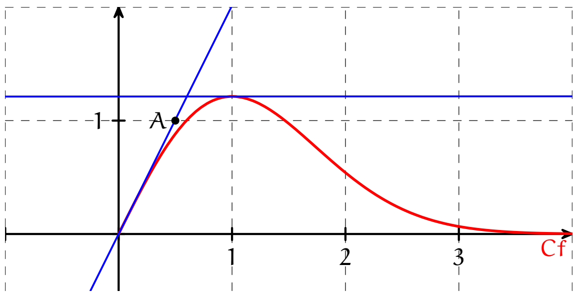
I **(4 points)** On a tracé ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur $[0;3]$ par :

$$f(x) = (ax+b)e^{cx^2}$$

où a, b et c sont des nombres réels.

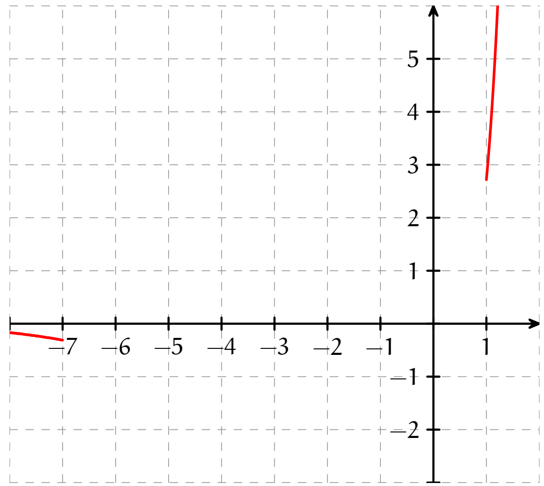
On note f' la fonction dérivée de f. La droite $\mathcal{D}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 ; elle passe par le point A de coordonnées $(0{,}5\,;\,1)$. La tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.
2. Montrer que
$$f'(x) = (2acx^2 + 2bcx + a)e^{cx^2}$$
3. Déterminer les valeurs de a, b et c.

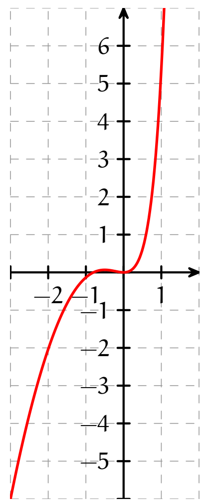


II **(7 points)** On considère la fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^3e^x \end{array}$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal dont un morceau a été tracé dans le graphique ci-dessous.

1. Montrer que la dérivée de f s'exprime pour tout $x \in \mathbb{R}$ par
$$f'(x) = (x^3 + 3x^2)e^x$$
2. Dresser le tableau de variations de f.
Vous y ferez figurer les limites admises suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ *et* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$
3. Combien y-a-t-il de tangentes horizontales à $\mathcal{C}_f$?
4. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ en -1.
5. Représenter $\mathcal{C}_f$ sur le graphique.



III **(5 points)**



Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{2x} - x^2 - x$.

1. Au vu de ce graphique, quelle conjecture peut-on faire sur les variations de f ?
2. On introduit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x) = (e^{2x} - 1)(2x+1)$$
Dresser le tableau de signe de g.
3. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$, et en déduire le tableau de variations de f.
4. Validez-vous votre conjecture ?

IV✳ Montrer que f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ est impaire.